

УДК 681.5

DOI: 10.24160/1993-6982-2018-4-128-137

Методика построения гибридной нейросистемы реального времени для решения обратной задачи кинематики избыточного манипулятора

П.Е. Ганин, А.И. Кобрин

Рассмотрено решение обратной задачи кинематики (ОЗК) с помощью нейронных сетей. Представлен синтез системы управления для многозвенного избыточного манипулятора. Приведена принципиальная схема построения системы управления на базе сервоприводов. Предлагаемая система основана на алгоритме, который включает в себя новый гибридный метод решения ОЗК. Он сочетает в себе адаптивную нейронную сеть нечеткого вывода ANFIS и алгоритм итеративного уточнения (метод Ньютона–Рафсона). Таким образом, показан алгоритм, сочетающий в себе достоинства обоих подходов (нейросетевого и итеративного): высокую точность и быстродействие.

Требуемые координаты (углы поворота звеньев) для обратной задачи рассчитываются нейронной сетью (ANFIS), а после уточняются итерационным методом. Следовательно, сильно сокращается количество итераций численного метода и, соответственно, время исполнения алгоритма. Разработанный алгоритм обеспечивает контролируемую точность вычислений с учетом применения в системах управления реального времени. Данная система является универсальной и может применяться при различных параметрах конструкции.

Для проведения исследований системы управления на базе разработанного метода решения ОЗК была рассмотрена конструкция манипулятора с 3 звеньями. Приведено математическое описание, используемое для построения рабочего пространства манипулятора и обучения нейронной сети системы управления. Даны результаты экспериментальных исследований применения гибридного алгоритма для расчета координат звеньев и рабочего органа. Исследования метода проводились в среде Matlab. На основе выполненных экспериментов сделан вывод о возможности применения разработанного метода в системах управления реального времени. Для решения задачи построения рабочих областей манипуляционных механизмов определенного типа был разработан графический интерфейс с использованием Matlab GUI. Приложение обладает возможностями по настройке параметров построения (механическая структура и точность). В качестве примера взяты области достижимости как плоской, так и пространственной конструкций манипулятора с заданными параметрами.

Ключевые слова: обратная задача кинематики, манипуляционный робот, система управления реального времени, нейронная сеть.

Для цитирования: Ганин П.Е., Кобрин А.И. Методика построения гибридной нейросистемы реального времени для решения обратной задачи кинематики избыточного манипулятора // Вестник МЭИ. 2018. № 4. С. 128—137. DOI: 10.24160/1993-6982-2018-4-128-137.

A Procedure for Synthesizing a Hybrid Real-time Neural System for Solving a Redundant Manipulator's Inverse Kinematics Problem

P.E. Ganin, A.I. Kobrin

Solution of the inverse kinematics (IK) problem with the aid of neural networks is considered. The control system for a multi-link redundant manipulator is synthesized. The configuration of a control system on the basis of servo drives is presented. The proposed control system is based on an algorithm involving a new hybrid method for solving the IK problem. This method combines the ANFIS adaptive neural fuzzy inference network and an iterative refinement algorithm (according to the Newton-Raphson method). Thus, the proposed algorithm combines the advantages of the neural network and iterative approaches, namely, high precision and high response speed.

The required coordinates (link rotation angles) for the inverse problem are calculated in the neural network (ANFIS), after which they are refined by the iteration method. Hence, a much fewer number of iterations have to be carried out in the numerical method, and, accordingly, much shorter time is taken to execute the algorithm. The developed algorithm ensures a controlled accuracy of calculations with due regard of its application in real-time control systems. The developed control system is universal in nature and can be used for manipulators having different design parameters. For investigating the control system synthesized proceeding from the developed method for solving the IK problem, a three-link manipulator design was considered. The mathematical description used for constructing the manipulator's operating space and for training the control system neural network is presented. The results from experimental investigations of applying the hybrid algorithm for calculating the link and actuator

coordinates are given. The method was investigated in the Matlab environment. The results of the performed experiments allowed a conclusion to be drawn about the possibility of using the developed method in real-time control systems.

To solve the problem of shaping the operating spaces of certain types of manipulators, a graphical interface was developed using the Matlab GUI. The application includes features for adjusting the design parameters (the mechanical structure and accuracy). As an example, the workspaces of both planar and spatial manipulator designs with the specified parameters are taken.

Key words: inverse kinematics problem, robotic manipulator, real-time control system, neural network.

For citation: Ganin P.E., Kobrin A.I. A Procedure for Synthesizing a Hybrid Real-time Neural System for Solving a Redundant Manipulator's Inverse Kinematics Problem. MPEI Vestnik. 2018;4:128—137. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2018-4-128-137.

Введение

Манипуляционные роботы состоят из основания (базы), набора звеньев, приводимых в движение исполнительными устройствами (электро-, гидро- или пневмоприводами), и рабочего органа. Вращением звеньев достигается требуемое положение рабочего органа. Манипулятор кинематически избыточен, если число степеней подвижности манипулятора превышает число степеней свободы его рабочего органа. За счет этого данный тип манипуляторов обладает повышенной маневренностью и позволяет избегать попадания в сингулярные состояния.

Одна из основных проблем, с которой сталкиваются при проектировании манипуляционных роботов и их систем управления, заключается в определении переменных параметров манипулятора (углов поворота звеньев) при заданном положении рабочего органа — решение обратной задачи (ОЗК) манипулятора. Методы решения ОЗК в общем виде делятся на точные и приближенные. При использовании точных методов искомые углы поворота удается получить в виде аналитической зависимости параметров кинематической схемы манипулятора. В этом случае процесс нахождения искомых углов сводится к вычислению значений заранее полученных аналитических зависимостей. Аналитическое решение было экспериментально протестировано на манипуляторах PUMA, Stanford [1], KUKA YOUNOT [2], NAO [3]. К сожалению, точное решение удается получить не для каждой кинематической схемы. Для решения этой проблемы применяются приближенные методы — методы численных решений уравнений связи. Они позволяют найти решения для любых кинематических схем, однако имеют ряд недостатков, обусловленных применением итерационного подхода к решению. Подробный обзор приближенных (численных, итерационных) методов ОЗК приведен в [4, 5].

Существует большое количество различных методов решения ОЗК, так в [6] описано решение дуальным матричным и бикватернионным методами. Они позволяют достичь высокой контролируемой точности решения, однако для применения в системах реального времени из-за длительного вычисления практически не используются. Решение ОЗК для плоской задачи методом штрафных функций рассмотрено в [7]. Данный метод обладает существенно большим быстродействием.

Применение нейронных сетей для задач аппроксимации и вычисления координат рабочего органа использовалось неоднократно. Наиболее распространенные архитектуры нейронных сетей для решения таких задач:

- сети прямого распространения — все связи направлены строго от входных нейронов к выходным (например, простейший и многослойный перцептрон);
- радиально базисные функции — вид нейронной сети, имеющий скрытый слой из радиальных элементов и выходной слой из линейных элементов.

В работах [8 — 10] проведено сравнение типов нейронных сетей для решения ОЗК и влияние их конфигурации на производительность (скорость вычисления). В результате совмещения достоинств аппарата нечетких множеств и нейронных сетей появились искусственные нейро-нечеткие сети. Они с успехом применяются для решения задач, в которых исходные данные являются ненадежными и слабо формализованными. Широкое распространение в области решения ОЗК получили и сети ANFIS. Так, в [12 — 14] рассматривается решение данной задачи для различных конструкций манипуляторов. Пример практического применения сети ANFIS для системы управления положением механической модели ноги человека приведен в [11]. В настоящее время все больше появляется различных гибридных методов, сочетающих в себе достоинства отдельных подходов. Широко применяются сети ANFIS совместно с генетическими алгоритмами. В [15] проанализирован новый гибридный алгоритм решения ОЗК с применением нейронных сетей и алгоритма гравитационного поиска (GSA).

Предложен гибридный метод, сочетающий в себе алгоритм на основе нейронной сети ANFIS и итерационного уточнения. В отличие от упомянутых ранее, он обладает контролируемой точностью вычисления при высоком быстродействии и универсальности.

Механическая схема манипулятора

Представлена система управления на базе гибридного метода решения ОЗК многозвенного робота-манипулятора с избыточным числом степеней подвижности. Манипулятор состоит из последовательно соединенных звеньев, первое из которых соединено с опорной стойкой, а последнее снабжено рабочим органом (захватом). Каждое из звеньев имеет соединения не более чем с двумя другими так, чтобы не образо-

ывалось замкнутых цепей. Соединение двух звеньев является сочленением, которое имеет только одну степень свободы (вращение).

Звенья манипулятора участвуют в относительном движении, в результате которого достигается определенное положение и ориентация рабочего органа в пространстве. В зависимости от применения манипулятора и поставленных задач составляется схема механической структуры (рис. 1), определяющая параметры всех звеньев и сочленений.

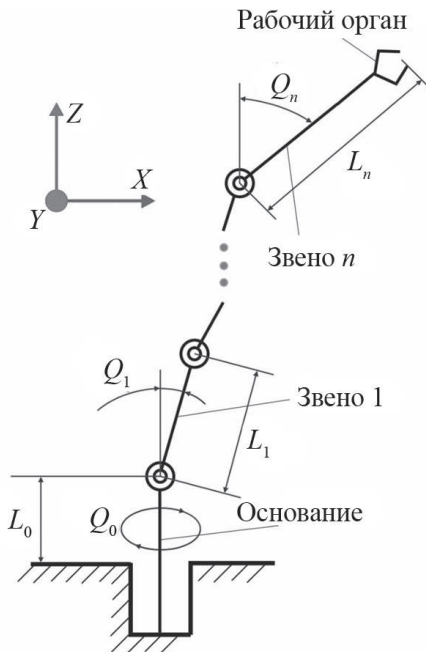


Рис. 1. Механическая структура манипуляционного робота

Синтез систем управления манипуляционными роботами включает в себя решения прямой и обратной (инверсной) задач построения областей достижимости. Прямая задача кинематики заключается в определении пространственного положения и ориентации характерной точки (рабочего органа манипулятора) по известным значениям обобщенных координат. В общем виде система уравнений, описывающих кинематическую структуру манипуляционного робота, имеет вид:

$$\begin{cases} x = \left[\sum_m \left(L_m \sin \left(\sum_p Q_p \right) \right) \right] \cos Q_0; \\ y = \left[\sum_m \left(L_m \sin \left(\sum_p Q_p \right) \right) \right] \sin Q_0; \\ z = L_0 + \sum_m \left(L_m \cos \left(\sum_p Q_p \right) \right), \end{cases}$$

где $m = 1 \dots n$; $p = 1 \dots m$; L_n — длины звеньев (постоянные параметры); L_0 — высота основания; Q_n — углы поворота звеньев; x, y, z — координаты рабочего органа.

Для манипуляционного робота с 3 звеньями ($n = 3$) система уравнений, описывающих его кинематику, выглядит как

$$\begin{cases} x = [L_1 \sin(Q_1) + L_2 \sin(Q_1 + Q_2) + \\ + L_3 \sin(Q_1 + Q_2 + Q_3)] \cos Q_0; \\ y = [L_1 \sin(Q_1) + L_2 \sin(Q_1 + Q_2) + \\ + L_3 \sin(Q_1 + Q_2 + Q_3)] \sin Q_0; \\ z = L_0 + L_1 \cos(Q_1) + L_2 \cos(Q_1 + Q_2) + \\ + L_3 \cos(Q_1 + Q_2 + Q_3). \end{cases} \quad (1)$$

Зная параметры звеньев и углы поворота манипулятора в конкретный момент времени, из уравнений (1) можно найти координаты захвата в пространстве.

Одним из наиболее важных параметров манипулятора является его рабочая область — непосредственно та область, в каждой точке которой возможно спозиционировать манипулятор. Исходя из решения прямой задачи и пользуясь системой уравнений (1), построим область достижимости манипулятора (рабочую область). Для решения данной задачи разработан графический интерфейс с использованием Matlab GUI. Он позволяет пользователю выполнить построение как плоской, так и пространственной областей достижимости манипулятора с заданными параметрами. Приложение обладает возможностями по настройке точности параметров построения. В качестве примера было выполнено построение плоских и пространственных областей достижимости манипуляторов с тремя (рис. 2, а, б) и шестью (рис. 2, в, г) звеньями в соответствии с механической структурой на рис.1. Для углов поворота звеньев приняты следующие ограничения: $Q_0 = [0 \dots 360]^\circ$; $Q_1 = [0 \dots 45]^\circ$; $Q_2 = [0 \dots 45]^\circ$; $Q_3 = [0 \dots 40]^\circ$; $Q_4 = [0 \dots 40]^\circ$; $Q_5 = [0 \dots 40]^\circ$; $Q_6 = [0 \dots 35]^\circ$.

Гибридный метод решения обратной задачи кинематики

Данный метод базируется на применении адаптивной нейронной сети нечеткого вывода (ANFIS). Принцип работы заключается в последовательном применении ANFIS и численного итерационного метода Ньютона – Рафсона. Конструкция манипулятора описывается математическими уравнениями, используемыми для построения области достижимости (рабочей области). На их базе иницируется создание нейро-нечеткой сети. Генерируется база данных для обучения нейронной сети.

Для заданного желаемого положения рабочего органа манипулятора в первую очередь выполняется проверка достижимости (вхождения в рабочую область). Затем требуемые координаты поступают на обученную сеть ANFIS, в результате инициации работы сети получаем требуемые углы поворота звеньев. На прямой задаче проводим проверку на точность и, в случае ее недостаточности, переходим к численным итерациям в окрестностях полученных координат (углов поворота звеньев). При

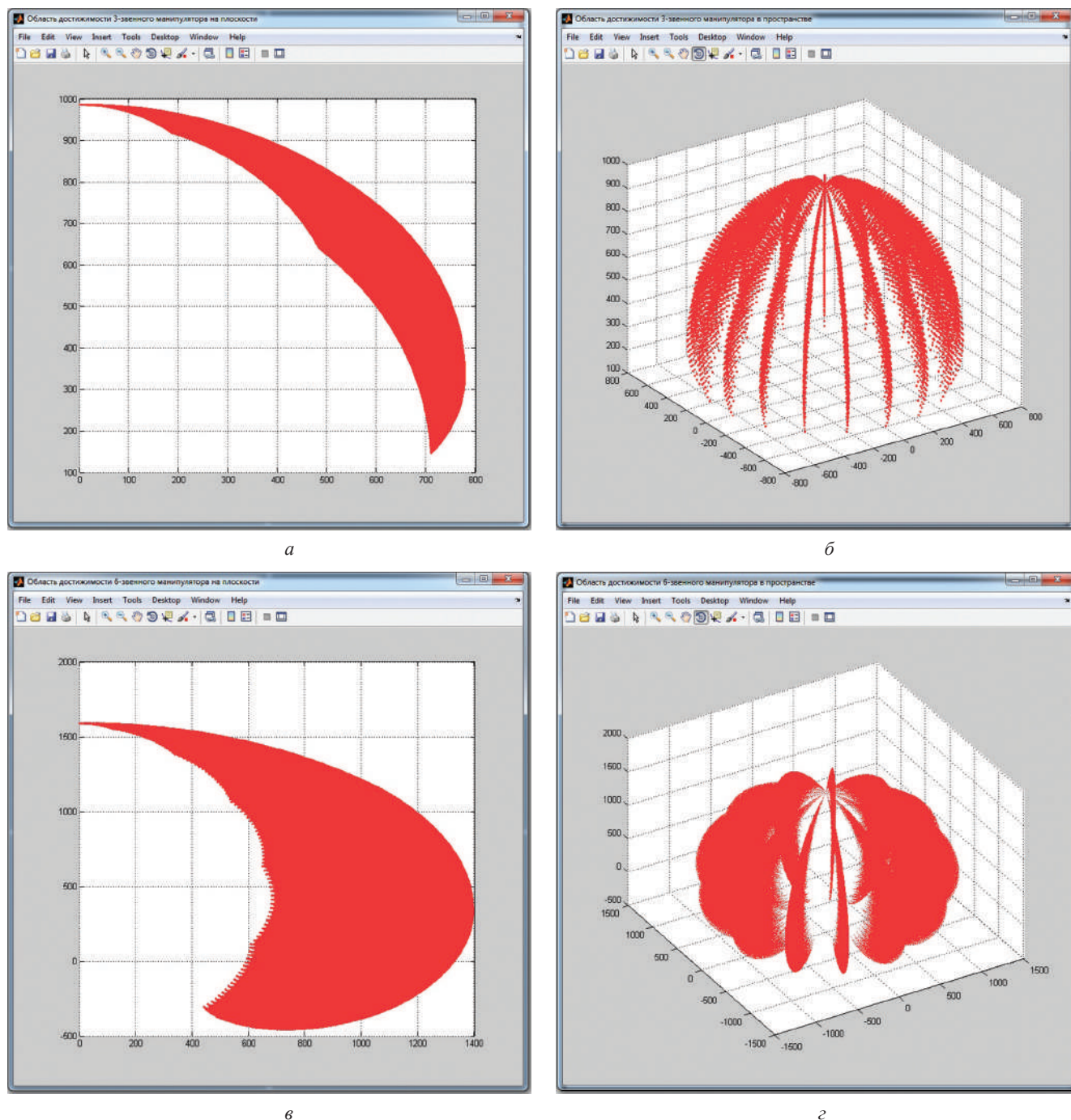


Рис. 2. Пример построения плоских и пространственных областей достижимости манипуляторов с тремя (а, б) и шестью (в, г) звеньями с использованием Matlab GUI

достижению требуемой точности данные передаются на сервоконтроллер, который в свою очередь отслеживает исполнение перемещений. Он имеет обратную связь с исполнительным устройством (сервоприводом), позволяет отслеживать состояние привода (положение, момент, скорость, ускорение и др.) в динамике.

Преимущества данного метода заключаются в повышении скорости выполнения расчетов алгоритма при контролируемой точности. Следует отметить, что все численные итерационные методы очень ресурсо-

емки и требуют большого количества итераций, что в свою очередь негативно сказывается на времени исполнения. С другой стороны, метод решения ОЗК, основанный на ANFIS-сети, выполняется мгновенно (2...5 мс) и не зависит от сложности конструкции (систем уравнений, ее описывающих). Однако его точность не очень высока в сравнении с итерационными методами. Поэтому предложен алгоритм, сочетающий в себе достоинства обоих методов: высокую точность и быстродействие. Требуемые координаты (углы по-

ворота звеньев) для обратной задачи сначала рассчитываются нейронной сетью (ANFIS), а после уточняются итерационным методом. Таким образом, сильно сокращается количество итераций численного метода, и, соответственно, время исполнения алгоритма. При этом следует отметить, что предварительно необходимо произвести генерацию и обучение нейро-нечеткой сети ANFIS, этот процесс требует продолжительного

времени (до нескольких часов). На рис. 3 представлена принципиальная схема системы управления, базирующаяся на гибридном методе решения ОЗК.

Применение сети ANFIS

Применение метода, основанного на ANFIS-сети, позволяет в значительной степени упростить задачу поиска решения (искомых координат). Он упрощает

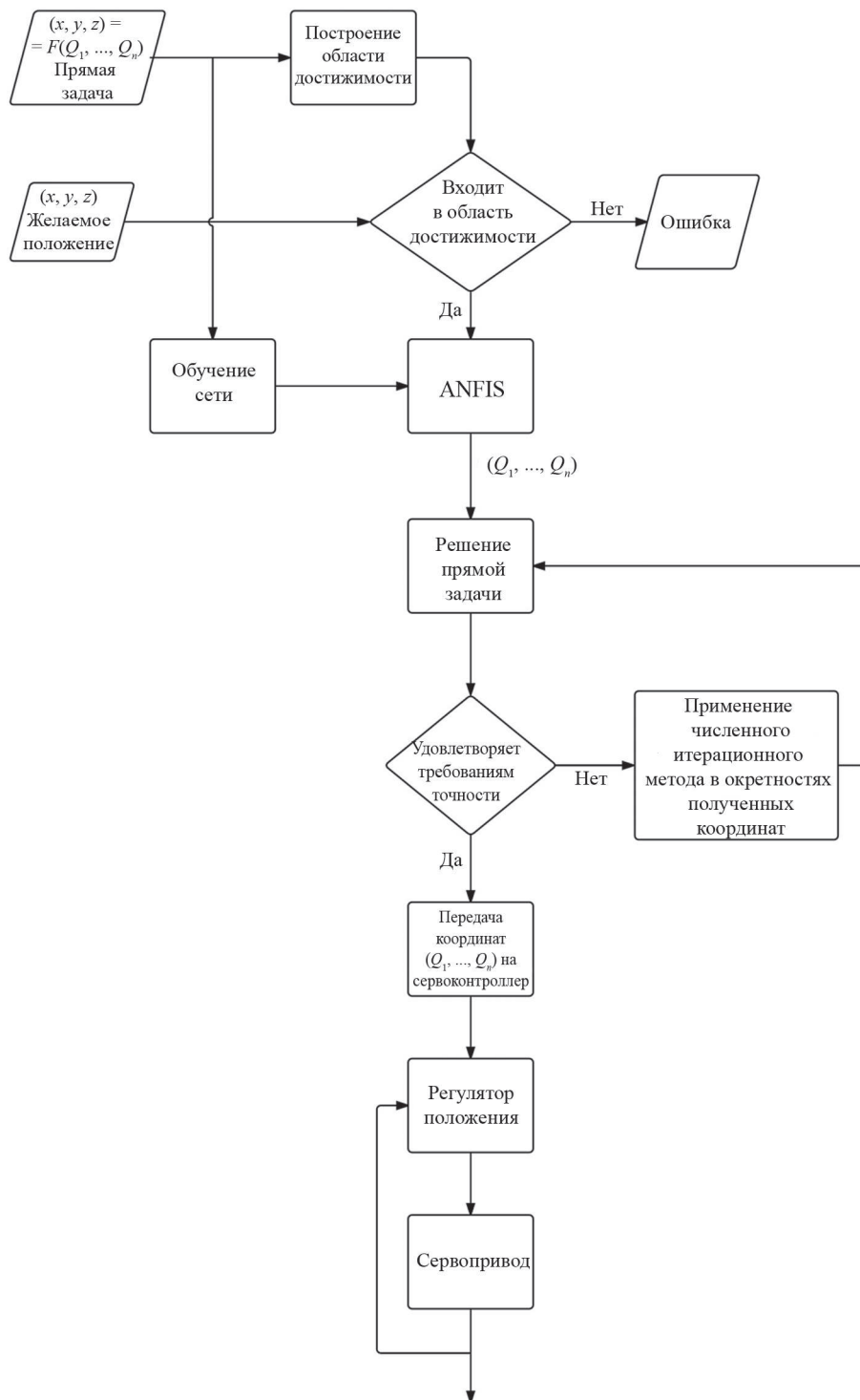


Рис. 3. Принципиальная схема системы управления

взаимодействие со сложными нелинейными математическими уравнениями. Принцип его работы основан на создании адаптивной нейронной сети нечеткого вывода (ANFIS) путем обучения систем нечеткого вывода (FIS) как функции принадлежности на решении прямой кинематической зависимости. Для обучения ANFIS генерируется карта зависимых координат. В дальнейшем обученная сеть применяется как составная часть более сложной системы. Как известно, ANFIS-сети объединяют преимущества двух различных подходов (нечеткую логику и нейронные сети) в единый алгоритм. Архитектура ANFIS-сети имеет многослойную структуру. Рассмотрим каждый из слоев сети подробнее.

Первый слой определяет нечеткие термы (правила) входных параметров. Выходы узлов представляют собой значения функции принадлежности при конкретных значениях входов. Все узлы являются адаптивными, на выходе из этих узлов

$$\begin{aligned} O_{1,i} &= \mu_{A_i}(x), \quad i = 1, 2, 3, 4; \\ O_{1,i} &= \mu_{B_i}(y), \quad i = 5, 6, 7, 8; \\ O_{1,i} &= \mu_{C_i}(z), \quad i = 9, 10, 11, 12, \end{aligned}$$

где x, y, z — входные данные; A_i, B_i, C_i — лингвистические нечеткие переменные (высокий, низкий и др.), ассоциированные с узлом; $\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y), \mu_{C_i}(z)$ — функции принадлежности, соответствующие функциям нечеткого множества.

Для закона нормального распределения (колоколообразная функция) функция нечеткого множества имеет вид:

$$\mu_{A_i}(x) = \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{x - c_i}{a_i} \right)^2 \right) b_i},$$

а функция нечеткого множества для функции Гаусса выглядит как:

$$\mu_{A_i}(x) = \exp \left(- \left(\frac{x - c_i}{a_i} \right)^2 \right),$$

где a_i, b_i, c_i — параметры функции принадлежности.

Второй слой использует нечеткие операторы, все его узлы — фиксированные. Применяется оператор «И» для фазификации входных данных. Узлы обозначены символом π , что говорит о том, что они выполняют простое умножение. На выходе из данного слоя получаем:

$$O_{2,i} = w_i = \mu_{A_i}(x) \mu_{B_i}(y) \mu_{C_i}(z), \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Выход каждого узла представляет собой степень истинности (выполнения) w_i i -го правила.

В третьем слое, аналогично предыдущему, все узлы фиксированные. Символ N обозначает нормализацию степени истинности правил предыдущего слоя. На выходе из данного слоя

$$O_{3,i} = \bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Все узлы четвертого слоя являются адаптивными. На выходе из слоя — произведение нормализованной степени истинности правил, полученной в предыдущем слое, и полинома первого порядка. Адаптивные узлы рассчитывают вклад каждого нечеткого правила в выход сети по следующей формуле:

$$O_{4,i} = \bar{w}_i f_i = \bar{w}_i (m_i x + p_i y + q_i z + r_i), \quad i = 1, 2, 3, 4,$$

где m_i, p_i, q_i, r_i — параметры узлов (параметры заключения).

В пятом слое присутствует фиксированный узел, суммирующий все поступающие на него сигналы (вклад каждого из правил). На выходе узла искомая координата Q составляет

$$O_{4,i} = \sum_i \bar{w}_i f_i.$$

Обучение сети ANFIS для определения параметров функции принадлежности систем нечеткого вывода может включать два различных алгоритма: обратного распространения ошибки или гибридного обучения. Второй алгоритм представляет собой комбинацию метода наименьших квадратов и алгоритма обратного распространения ошибки.

Апробация гибридного метода решения обратной задачи кинематики

Апробация разработанного алгоритма проводилась на плоской задаче, приведены результаты и для пространственной задачи (с вращением плоской конструкции). Алгоритм поиска решения для ОЗК состоит из двух основных частей: поиска приближенного решения с помощью ANFIS и уточнения этого решения итерационным методом. На первом этапе происходит генерация нейронных сетей и их обучение, после чего осуществляется инициация работы сети для получения искомого данных. Генерируются три ANFIS сети со следующим набором входных и выходных данных:

$$(x, y, Q_1), (x, y, Q_2), (x, y, Q_2).$$

Каждая из этих сетей используется для поиска соответствующего угла поворота звена. Для каждого входа сети генерируется четыре обобщенных колоколообраз-

ных функции принадлежности. Применяемая функция описывается следующей формулой:

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}},$$

где a , b — коэффициенты концентрации и крутизны; c — координата максимума.

Обучение нейронных сетей выполняется на основе метода, представляющего собой комбинацию оценки по методу наименьших квадратов с обратным распространением ошибки. Обучение выполняется с фиксированным количеством шагов, равным 20. Обучающая выборка сгенерирована из наборов решения прямой задачи, используя уравнения (1), с учетом охвата большей части рабочей области манипулятора. Объем выборки — 1000 значений.

В процессе инициации работы сети на ее вход подаются требуемые координаты рабочего органа манипулятора (x , y), а на выходе каждой из сетей имеется соответствующее приближенное значение искомого угла. Время поиска решения составляет 56,476 мс. Время, затраченное на процесс обучения — 389,161 мс, общее время выполнения данной части алгоритма составляет 745,129 мс.

Следующий этап — итерационное уточнение. В общем виде уточнение решения выполняется по следующей формуле:

$$Q_{k,n+1} = Q_{k,n} - \frac{f(Q_{k,n})}{f'(Q_{k,n})},$$

где $k = 1...3$ — соответствующий угол; n — текущая итерация.

Алгоритм работы данной части включает в себя следующие этапы:

- задается начальное приближение (данные, полученные методом ANFIS, из первой части основного алгоритма);
- пока не выполнено условие остановки, вычисляется новое приближение, в качестве условия остановки выбрана оценка

$$|Q_{k,n+1} - Q_{k,n}| < \varepsilon,$$

где ε — допустимая погрешность, $\varepsilon = 0,001$ рад;

- определяется условие остановки — не более 1000 итераций.

В результате применения алгоритма выполнено уточнение решения за 85 итераций, что заняло 1,024 мс.

В случае вызова алгоритма уточнения при отсутствии начального приближения ($Q_1 = Q_2 = Q_3 = 0,01$ рад)

при тех же искомым координатах алгоритм не дает корректного результата и завершается по достижении максимального значения итерации.

Для разработанного алгоритма проведены серии экспериментов, результаты которых представлены в таблице. Сгенерированы линейные массивы точек (в количестве от 16 до 100 000), соответствующие желаемым замкнутым траекториям рабочего органа, которые располагаются внутри рабочей области манипулятора и предполагают изменение угла каждого сочленения. Выполнен расчет координат для отработки рабочим органом манипулятора этих траекторий. Рассчитаны максимальное, минимальное и среднее (среднее арифметическое) отклонения рабочего органа манипулятора от заданной точки для координат, полученных из сети ANFIS и после итерационного уточнения. Посчитано время, затрачиваемое системой управления на генерацию нейронной сети, ее обучение и расчет координат. Точность уточнения равна 0,01 мм. Из полученных данных следует, что время на расчет координат для одной точки соответствует 3 мс, однако при меньшем количестве вычисляемых точек (менее 1000) время на расчет увеличивается. Это прежде всего связано с инициацией алгоритма расчета и существенного влияния на работу системы в режиме реального времени не оказывает. Максимальное итоговое отклонение незначительно превышает (на 0,004 мм) установленную точность уточнения, это обусловлено ограничением числа итераций алгоритма уточнения ввиду требования по скорости для работы системы. Данные таблицы наглядно демонстрируют наличие значительного (9...16 мм) отклонения при расчетах только в сети ANFIS.

Заключение

Результатом проделанной работы является разработанная методика построения гибридной нейросистемы реального времени для решения обратной задачи кинематики избыточного манипулятора на основе гибридного метода ОЗК. Методика является универсальной и может применяться для различных механических схем манипуляторов. Проведенные исследования свидетельствуют о том, что алгоритмы расчета координат обеспечивают требуемую точность с временными затратами не более 4 мс на одно вычисление.

Экспериментально определено время, затрачиваемое на построение и обучение нейронной сети ANFIS, проведение расчетов и уточнения. По результатам выполненных экспериментов сделан вывод о возможности применения методики в системах управления реального времени.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 16-01-429 а) и фонда содействия инновациям (в рамках проекта «Умник»).

Экспериментальные данные

Тип траектории	Количество точек	Время на создание сети ANFIS, мс	Время на обучение сети ANFIS, мс	Время на расчет, мс	Время расчета 1 точки, мс	Максимальное итоговое отклонение, мм	Среднее отклонение ANFIS, мм	Минимальное отклонение ANFIS, мм	Минимальное итоговое отклонение, мм	
Треугольник	16	39	5501	167	9	0,013	13,530	5,727	0,008	
	56	39	5564	245	5	0,013	11,921	2,139	0,009	
	104	38	5568	568	6	0,014	11,773	1,847	0,008	
	1000	38	5480	2845	3	0,014	11,629	1,690	0,004	
	10000	40	5458	25916	3	0,014	11,615	1,687	0,002	
	100000	38	5486	251408	3	0,014	11,614	1,687	0,001	
	16	39	5521	122	8	0,013	9,138	3,982	0,009	
Прямоугольник	56	36	5465	203	4	0,013	9,002	0,597	0,009	
	104	41	5464	297	3	0,013	8,995	0,523	0,004	
	1000	40	5489	2067	3	0,014	8,996	0,314	0,002	
	10000	38	5551	20142	3	0,014	8,997	0,310	0,002	
	100000	40	5509	198360	2	0,014	8,997	0,309	0,001	
	16	39	5461	121	8	0,010	15,992	6,456	0,008	
	56	37	5564	205	4	0,012	15,908	7,431	0,009	
Окружность	104	41	5526	319	4	0,011	15,899	0,313	0,007	
	1000	37	5487	2234	3	0,013	15,891	0,413	0,004	
	10000	41	5581	21688	3	0,014	15,822	0,173	0,002	
	100000	39	5539	218198	3	0,014	15,822	0,201	0,001	
	—	39	5512	—	4	—	—	—	—	
	Среднее значение	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Литература

1. **Pieper D., Roth B.** The Kinematics of Manipulators Under Computer Control // Proc. Second Intern. Congress Theory of Machines and Mechanisms. 1969. V. 2. Pp. 159—169.

2. **Капустина О.М.** Описание множества точных решений обратной задачи кинематики робота KUKA YOUNBOT с помощью обобщенных координат его платформы // Естественные и технические науки. 2016. № 12 (102). С. 176—180.

3. **Kofinas N., Orfanoudakis E., Lagoudakis M.G.** Complete Analytical Inverse Kinematics for NAO // Proc. 13th Intern. Conf. Autonomous Robot Syst. 2013. Pp. 1—6.

4. **Barinka L.** Inverse Kinematics — Basic Methods. [Электрон. ресурс] <http://old.cescg.org/CESCG-2002/LBarinka> (дата обращения 09.11.2017).

5. **Corke P.** Robotics, Vision and Control. Fundamental Algorithms In MATLAB®. Springer, 2017. Pp. 245—263.

6. **Ломовцева Е.И., Челноков Ю.Н.** Дуальные матричные и бикватернионные методы решения прямой и обратной задач кинематики роботов-манипуляторов на примере стэнфордского манипулятора // Известия Саратовского ун-та. Серия «Математика. Механика. Информатика». 2014. Т. 14. № 1. С. 88—95.

7. **Дыда А.А., Оськин Д.А.** Решение обратной задачи кинематики для манипуляционного робота методом штрафных функций // Фундаментальные исследования. 2015. № 11-4. С. 673—677.

8. **Binggul Z., Ertunc H., Oysu C.** Comparison of Inverse Kinematics Solutions Using Neural Network for 6R Robot with Offset // Proc. Congress on Computational Intelligence Method and Appl. 2005. Pp. 1—5.

9. **Driscoll J.** Comparison of Neural Network Architectures for the Modeling of Robot Inverse Kinematics // IEEE Trans. on Computers. 2000. Pp. 44—51.

10. **Shital S., Chiddarwar N., Ramesh B.** Comparison of RBF and MLP Neural Networks to Solve Inverse Kinematic Problem for 6R Serial Robot by a Fusion Approach // Eng. Appl. of Artificial Intelligence. 2010. No. 23 (7). Pp. 1083—1092.

11. **Ankarali A., Cilli M.** ANFIS Inverse Kinematics and Hybrid Control of a Human Leg Gait Model // APJES I-II. 2013. Pp. 34—49.

12. **Manjaree S., Agarwal V., Nakra B.** Inverse Kinematics Using Neuro-Fuzzy Intelligent Technique for Robotic Manipulator // Intern. J. Advanced Computer Research. 2013. No. 3(4). Pp. 160—165.

13. **Layatitdev D., Jajneswar N., Mahapatra S. A.** Comparative Study of Prediction of Inverse Kinematics Solution of 2-DOF, 3-DOF and 5-DOF Redundant Manipulators by ANFIS // Intern. J. Computer Sci. and Network. 2014. V. 3. No 5. Pp. 304—308.

14. **Joong-Kyoo P.** Inverse Kinematics Based on Fuzzy Logic and Neural Networks for the WAM-Titan II Teleoperation System [Электрон. ресурс] http://trace.tennessee.edu/utk_gradthes/186 (дата обращения 09.11.2017).

15. **Panchanand J., Bibhuti B., Prakash S.** Inverse Kinematic Solution of Robot Manipulator Using Hybrid Neural Network. // Intern. J. Materials Sci. and Eng. 2015. V. 3. No. 1. Pp. 31—38.

References

1. **Pieper D., Roth B.** The Kinematics of Manipulators Under Computer Control. Proc. Second Intern. Congress Theory of Machines and Mechanisms. 1969;2:159—169.

2. **Kapustina O.M.** Opisaniye Mnozhestva Tochnyh Resheniy Obratnoy Zadachi Kinematiki Robota KUKA YOUNBOT s Pomoshch'yu Obobshchennykh Koordinat Ego Platformy. Estestvennye i tekhnicheskie Nauki. 2016;12 (102):176—180. (in Russian).

3. **Kofinas N., Orfanoudakis E., Lagoudakis M.G.** Complete Analytical Inverse Kinematics for NAO. Proc. 13th Intern. Conf. Autonomous Robot Syst. 2013:1—6.

4. **Barinka L.** Inverse Kinematics — Basic Methods. [Elektron. Resurs] <http://old.cescg.org/CESCG-2002/LBarinka> (Data Obrashcheniya 09.11.2017).

5. **Corke P.** Robotics, Vision and Control. Fundamental Algorithms In MATLAB®. Springer, 2017:245—263.

6. **Lomovtseva E.I., Chelnokov Yu.N.** Dual'nye Matrichnye i Bikvaternionnye Metody Resheniya Pryamoy i Obratnoy Zadach Kinematiki Robotov-manipulyatorov Na Primere Stenfordskogo Manipulyatora. Izvestiya Saratovskogo Un-ta. Seriya «Matematika. Mekhanika. Informatika». 2014;14;1:88—95. (in Russian).

7. **Dyda A.A., Os'kin D.A.** Reshenie Obratnoy Zadachi Kinematiki dlya Manipulyatsionnogo Robota Metodom Shtrafnyh Funktsiy. Fundamental'nye Issledovaniya. 2015;11-4:673—677. (in Russian).

8. **Binggul Z., Ertunc H., Oysu C.** Comparison of Inverse Kinematics Solutions Using Neural Network for 6R Robot with Offset. Proc. Congress on Computational Intelligence Method and Appl. 2005:1—5.

9. **Driscoll J.** Comparison of Neural Network Architectures for the Modeling of Robot Inverse Kinematics. IEEE Trans. on Computers. 2000:44—51.

10. **Shital S., Chiddarwar N., Ramesh B.** Comparison of RBF and MLP Neural Networks to Solve Inverse Kinematic Problem for 6R Serial Robot by a Fusion Approach. Eng. Appl. of Artificial Intelligence. 2010; 23 (7):1083—1092.

11. **Ankarali A., Cilli M.** ANFIS Inverse Kinematics and Hybrid Control of a Human Leg Gait Model. APJES I-II. 2013:34—49.

12. **Manjaree S., Agarwal V., Nakra B.** Inverse Kinematics Using Neuro-Fuzzy Intelligent Technique

for Robotic Manipulator. Intern. J. Advanced Computer Research. 2013;3(4):160—165.

13. **Layatitdev D., Jajneswar N., Mahapatra S.** A Comparative Study of Prediction of Inverse Kinematics Solution of 2-DOF, 3-DOF and 5-DOF Redundant Manipulators by ANFIS. Intern. J. Computer Sci. and Network. 2014;3;5:304—308.

14. **Joong-Kyoo P.** Inverse Kinematics Based on Fuzzy Logic and Neural Networks for the WAM-Titan II Teleoperation System [Elektron. Resurs] http://trace.tennessee.edu/utk_gradthes/186 (Data Obrashcheniya 09.11.2017).

15. **Panchanand J., Bibhuti B., Prakash S.** Inverse Kinematic Solution of Robot Manipulator Using Hybrid Neural Network.. Intern. J. Materials Sci. and Eng. 2015;3;1:31—38.

Сведения об авторах

Ганин Павел Евгеньевич — аспирант кафедры управления и информатики НИУ «МЭИ», e-mail: ganimpy@mpei.ru
Кобрин Александр Исаакович — доктор физико-математических наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ»

Information about authors

Ganin Pavel E. — Ph.D.-student of Control and Informatics Dept., NRU MPEI, e-mail: ganimpy@mpei.ru

Kobrin Aleksandr I. — Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor of Robotics, Mechatronics, Machines Dynamics and Strength Dept., NRU MPEI

Статья поступила в редакцию 09.10.2017