

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ (05.13.18)

УДК 624.042.7

DOI: 10.24160/1993-6982-2019-5-135-141

Частотно-временной анализ акселерограмм природных землетрясений

Е.В. Позняк, В.П. Радин, О.В. Новикова

Рассмотрен пример частотно-временного анализа длиннопериодной акселерограммы землетрясения Тохоку (Tohoku Earthquake, Япония, 11 марта 2011 г.) с определением: сейсмической интенсивности как функции времени; спектральной плотности мощности; преобладающих частот сейсмического воздействия в различные фазы землетрясения. Функция сейсмической интенсивности получена в виде псевдооггибающей нестационарного воздействия, вычисленной как среднеквадратичное отклонение на малых временных интервалах. Анализ изменения во времени преобладающих частот проведен по сглаженной оценке спектральной плотности мощности методом Уэлча с окнами Хэмминга. Для рассмотренной акселерограммы зафиксировано снижение несущих частот с 0,77 (в начале) до 0,38 Гц (в конце воздействия). Все расчеты реализованы в программном комплексе Matlab.

Результаты исследования полезны для оценки интенсивности воздействия при расчетах на сейсмостойкость по акселерограммам линейно-спектральным методом. Спектральный анализ различных фаз землетрясения необходим для предотвращения резонансных явлений в ситуации, когда при длительном землетрясении одновременно снижаются и собственные частоты конструкции, и преобладающие частоты воздействия. В целом понимание характера изменения параметров акселерограммы во времени актуально при расчетах на сейсмостойкость с учетом длительности землетрясения. Подобный расчет должен включать предварительный частотно-временной анализ сейсмического воздействия.

Ключевые слова: эволюционные спектральные анализ и плотность мощности, сейсмические интенсивность и анализ, расчеты на сейсмостойкость, акселерограмма.

Для цитирования: Позняк Е.В., Радин В.П., Новикова О.В. Частотно-временной анализ акселерограмм природных землетрясений // Вестник МЭИ. 2019. № 5. С. 135—141. DOI: 10.24160/1993-6982-2019-5-135-141.

Time-frequency Analysis of Natural Accelerograms

E. V. Poznyak, V. P. Radin, O. V. Novikova

An example of a frequency-time analysis of a long-period accelerogram of Tohoku earthquake is considered (Tohoku earthquake, Japan, March 11, 2011) including seismic intensity definition as a function of time; evolutionary spectral power density; prevailing frequencies of seismic ground motion for different earthquake phases. The function of seismic intensity is obtained as pseudo-envelope of nonstationary seismic accelerations. The time dependent pseudo-envelope is calculated as standard deviation at small time intervals. The analysis of the time dependent prevailing frequencies is performed using the Welch's power spectral density estimation smoothed with the Hamming windows. For the considered accelerogram, a decrease in prevailing frequencies from 0.77 Hz at the beginning to 0.38 Hz at the end of seismic motion was determined. All calculations were realized using Matlab.

The results of the research may be useful for performing seismic analysis based on accelerograms using response spectrum method, when it is necessary to estimate seismic intensity. Spectral analysis of different earthquake phases is necessary to prevent resonance phenomena in the situation, for example, when during a long-term earthquake both the natural frequencies of the structure and the prevailing frequency of the impact are reduced. In general, the understanding of the changes in the time-dependent parameters of accelerograms is relevant in the seismic analysis taking duration of the earthquake into account. Such calculation should include a preliminary time-frequency analysis of seismic impact.

Key words: evolutionary spectral analysis and spectral power density, seismic intensity, seismic analysis, seismic stability analysis, acceleration time history.

For citation: Poznyak E.V., Radin V.P., Novikova O.V. Time-frequency Analysis of Natural Accelerograms. Bulletin of MPEI. 2019;5:135—141. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2019-5-135-141.

Введение

Сейсмическое движение грунта относится к нестационарным случайным процессам, для которых характерно изменение во времени вероятностных характеристик как по интенсивности, так и по частотам. Нестационарность проявляется прежде всего в виде изменения во времени среднеквадратичного отклонения акселерограммы. Переменное во времени среднеквадратичное отклонение процесса задает функцию сейсмической интенсивности. Задача определения функции интенсивности решается представлением акселерограммы в виде произведения псевдогибнущей и процесса с постоянной во времени дисперсией, равной единице. Способ мультипликативного представления нестационарного процесса был впервые описан в трудах академика В.В. Болотина [1, 2]. Этот подход применяется и в современных исследованиях [3, 4]. Нестационарность в частотном пространстве связана с изменением спектра воздействия в процессе землетрясения. В последние годы за рубежом для обозначения зависимости спектральной плотности мощности воздействия от времени появились устойчивые термины — эволюционный спектральный анализ и эволюционная спектральная плотность мощности (Evolutionary Spectral Analysis, Evolutionary Power Spectral Density) [5 — 7].

Сейсмическое ускорение грунта — это процесс конечной продолжительности с конечными энергией и мощностью. В [8] доказано, что в этом случае корреляционная функция конкретной реализации зависит только от интервала корреляции τ , также, как и для стационарного процесса. Кроме того, всегда можно выделить псевдогибнущую реализации и придать ей смысл детерминированной функции времени. Известно, что если нестационарный случайный процесс представим в виде произведения детерминированной функции на стационарный процесс, то он считается приводимым к стационарному [8]. Как показано в монографии [9], подобные процессы имеют корреляционную функцию, зависящую только от интервала корреляции, и могут рассматриваться с позиций теории стационарных процессов. Поэтому для обработки акселерограмм в отечественной практике применяется упрощенный спектрально-корреляционный подход, аналогичный тому, что используется при анализе стационарных процес-

сов [9 — 16]. Однако он не позволяет исследовать изменение во времени частотного состава землетрясения и его интенсивности.

Что касается применения специальных методов теории нестационарных процессов [8 — 10], то авторам пока неизвестны действительно удобные для практического применения универсальные методы. Анализ современных публикаций показывает, что в каждом исследовании разрабатываются свои уникальные методики [3 — 7].

Цель настоящей работы заключается в иллюстрации простой и надежной процедуры предварительного частотно-временного анализа акселерограмм средствами математического пакета Matlab.

Пространственные акселерограммы многих природных землетрясений можно найти на сайтах международных сейсмологических баз данных. Рассмотрена длиннопериодная запись сейсмических ускорений при землетрясении в Тохоку (Япония) 11 марта 2011 г., доступная на сайте Center for Engineering Strong Motion Data, CESMD. Изучена одна из акселерограмм горизонтального движения, записанная на станции ТКУ017 (Токио, гипоцентральное расстояние — 373 км). Запись длительностью 300 с содержит 30000 точек, время отсчета 0,01 с (рис.1).

Периодограмма и сглаженная оценка спектральной плотности мощности

Определение спектральной плотности мощности сейсмического воздействия по акселерограммам — важная часть динамического анализа сейсмостойких конструкций. По спектральной плотности моделируют синтетические акселерограммы, определяют диапазон преобладающих частот сейсмического движения грунта, находят коэффициенты динамичности, изучают пространственную изменчивость спектральных свойств сейсмического воздействия [17 — 20].

Анализ спектрального состава землетрясения приходится выполнять по единственной реализации соответствующего случайного процесса, в связи с чем оценка спектральной плотности мощности несостоятельна. Эта проблема решается процедурой оконного сглаживания в частотном пространстве [8, 9]. Используя преобразование Фурье, получают «сырую» оценку спектральной плотности мощности в виде периодограммы и проводят её усреднение с помощью проце-

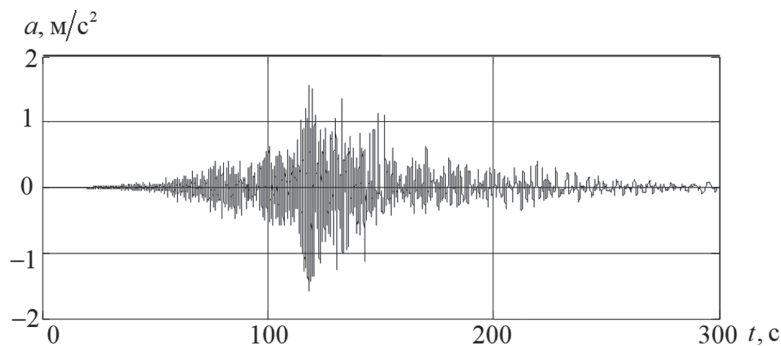


Рис. 1. Акселерограмма горизонтального движения

дуры оконного сглаживания [11, 12]. Оконное сглаживание в частотной области эквивалентно выделению из спектра реализации частотного интервала и расчета соответствующей ему средней мощности. Эта процедура делает оценку спектральной плотности мощности состоятельной.

Будем считать акселерограмму $x(t)$ реализацией центрированного нестационарного случайного процесса с конечной мощностью сейсмического ускорения грунта $X(t)$. Мощность P реализации вводится в виде интегральной характеристики

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt,$$

где T — продолжительность сейсмического воздействия.

Оценки корреляционной функции, дисперсии и односторонней спектральной плотности мощности процесса $X(t)$ равны:

$$\hat{K}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t-\tau) dt;$$

$$\hat{D} = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt; \quad \hat{S} = \frac{2}{T} |F(f)|^2,$$

где $F(f) = \int_0^T x(t)e^{-j2\pi ft} dt$ — спектр Фурье реализации $x(t)$.

Дисперсия \hat{D} равна мощности реализации P . Поскольку $D = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) df$, то оценка $\hat{S}(f)$ имеет смысл спектральной плотности мощности. Оценку $\hat{S}(f)$ называют периодограммой реализации $x(t)$ или «сырой» спектральной плотности мощности. Она не позволяет достичь желаемой точности при увеличении интервала измерений T и является несостоятельной. Для нахождения состоятельной оценки спектральной плотности мощности периодограмму усредняют по малому интервалу частот, применяя процедуру частотного сглаживания [11, 12]. На рисунке 2 показаны периодограм-

ма (серая линия) и сглаженная спектральная плотность мощности (черная линия) с применением метода Уэлча с окнами Хэмминга (ширина окна 2048 точек, перекрытие 256 точек) для акселерограммы на рис. 1. При принятых параметрах сглаживания частота максимума спектральной плотности мощности СПМ равна 0,78 Гц, что соответствует периоду 1,28 с.

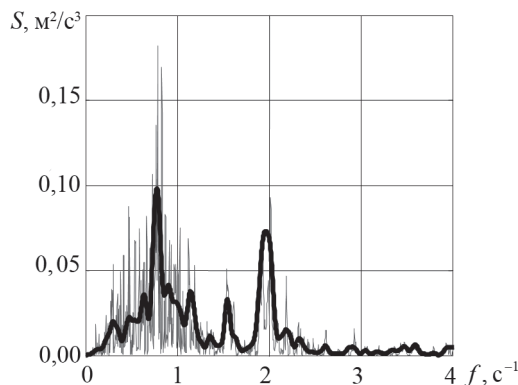


Рис. 2. Периодограмма и сглаженная спектральная плотность мощности

Для построения периодограммы $\hat{S}(f)$ применяется операция быстрого преобразования Фурье *fft*. Приведем соответствующий код в MATLAB:

```
N = 30000;           % число точек во временном ряду
dt = 0.01;          % с, шаг наблюдений по времени
fs = 1/dt;          % Гц, полный частотный диапазон
```

```
%Построение периодограммы S
Y=fft(yn);          % yn — массив сейсмических ускорений
S=2*Y.*conj(Y)/(N*fs);
```

Для построения сглаженной оценки СПМ используем функцию *pwelch*:

```
%Построение сглаженной СПМ Smod методом Уэлча с окнами Хэмминга
[Smod,f] = pwelch(yn,hamming(2048),256,N,fs);
```

Изменение сейсмической интенсивности во времени

При проектировании сейсмостойких конструкций за интенсивность сейсмического воздействия при-

нимают пиковое значение ускорения грунта, которое зависит от балльности землетрясения. Однако, если расчет проводится линейно-спектральным методом по сценарным акселерограммам, а не по картам сейсмического районирования, то пиковое значение ускорения, взятое в качестве интенсивности, может привести к серьезному увеличению сейсмических нагрузок. Следовательно, необходимо разработать правила выбора обоснованного усредненного значения сейсмической интенсивности по акселерограммам. Очевидно, расчет такого значения будет исходить из оценки функции сейсмической интенсивности. Функция сейсмической интенсивности показывает, как меняется интенсивность воздействия во времени. По ней можно установить длительность активной фазы землетрясения, найти величину расчетной интенсивности, учесть в расчетах время воздействия.

Рассмотрим метод определения функции интенсивности, основанный на мультипликативном представлении нестационарного процесса в виде произведения детерминированной огибающей $A(t)$ на стационарный случайный процесс $\varphi(t)$ с единичной дисперсией:

$$a(t) = A(t)\varphi(t).$$

Для применения указанного метода разобьем реализацию на некоторое число интервалов n . Количество интервалов должно быть достаточным для построения огибающей $A(t)$, и в то же время они должны быть достаточно представительными для статистической обработки. Для каждого интервала вычисляется среднее квадратическое отклонение, значение которого привязывается к середине соответствующего временного участка. Ординаты исходного нестационарного процесса на каждом участке делятся на вычисленные среднее квадратические отклонения, и после «склейки» участков получается реализация безразмерного стационарного случайного процесса $\varphi(t)$ с единичной дисперсией. Размерность ускорения привязана к огибающей $A(t)$.

Предположим, что реализация нестационарного процесса на рис. 1 допускает мультипликативное представление. На рисунке 3 показан соответствующий процесс $\varphi(t)$ при $n = 20$, интервал осреднения среднее квадратического отклонения — 15 с. Как видно, данный процесс, несмотря на выровненную дисперсию, нельзя назвать стационарным, поскольку частоты в конце воздействия явно снижаются.

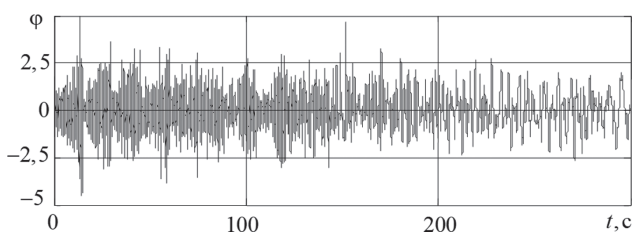


Рис. 3. Процесс с единичной дисперсией

На рисунке 4 изображена функция интенсивности $A(t)$. Звездочками отмечены результаты вычислений среднее квадратических отклонений на участках, где была разбита исходная реализация. Для получения плавной кривой $A(t)$ по указанным точкам проводили аппроксимацию сплайнами.

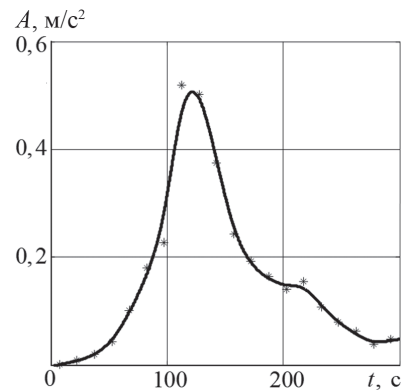


Рис. 4. Функция интенсивности

Максимальное значение функции интенсивности составляет $0,50 \text{ м/с}^2$ (см. рис. 4), а пиковое ускорение грунта — $1,55 \text{ м/с}^2$ (см. рис. 1). Для расчетов по акселерограммам линейно-спектральным методом целесообразно принимать за расчетную интенсивность не пиковое ускорение грунта и не среднее квадратическое отклонение акселерограммы в целом (в данном случае оно равно $0,22 \text{ м/с}^2$), а максимальное значение функции интенсивности.

Изменение частот воздействия во времени

По внешнему виду процесса $\varphi(t)$ видно изменение спектрального состава сейсмического воздействия. Уточнить изменение преобладающих частот можно по оценкам спектральной плотности мощности для различных временных отрезков. На рисунках 5 и 6 даны оценки спектральной плотности мощности методом Уэлча с окнами Хэмминга для процессов $\varphi(t)$ и $a(t) = A(t)\varphi(t)$ для четырех перекрывающихся интервалов по времени продолжительностью 100 с каждый. Первый интервал [50; 150] с соответствует нарастанию сейсмической интенсивности, второй интервал [100; 200] с — максимальной интенсивности, третий и четвертый [150; 250] и [200; 300] с — снижению интенсивности. Соответствующие частоты максимумов спектральной плотности мощности указаны в таблице.

Из результатов в таблице 1 и на рис. 5, 6 следует смещение преобладающих частот сейсмического воздействия в область более низких частот. Резкое изменение спектров обоих процессов происходит после прохождения пика интенсивности на интервале 130...150 с. Несущая частота нестационарного воздействия $a(t)$ в фазе нарастания равна $0,77 \text{ Гц}$, после прохождения пика снижается до $0,52 \text{ Гц}$, на завершающей стадии составляет $0,38 \text{ Гц}$. Примерно такую же динамику демонстрирует и процесс $\varphi(t)$.

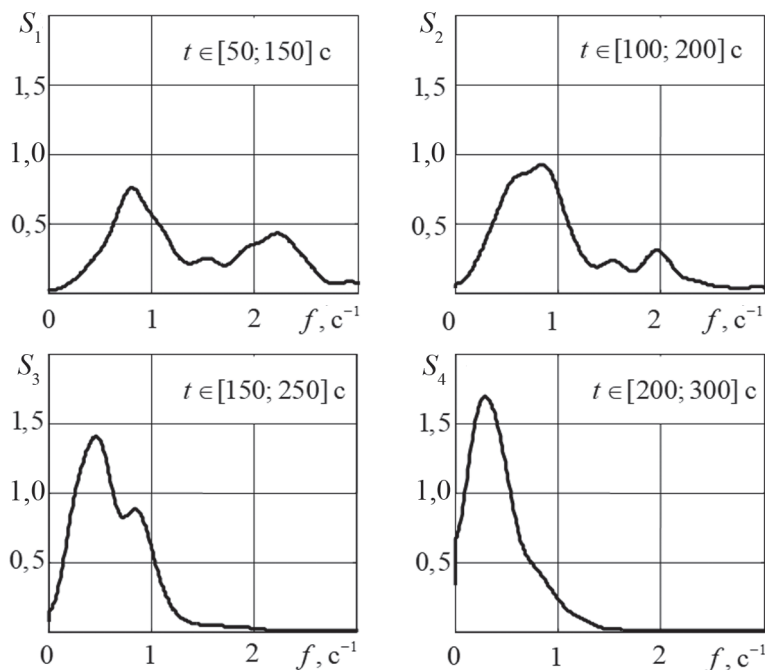


Рис. 5. Спектральная плотность мощности процесса $\varphi(t)$ в различные временные интервалы

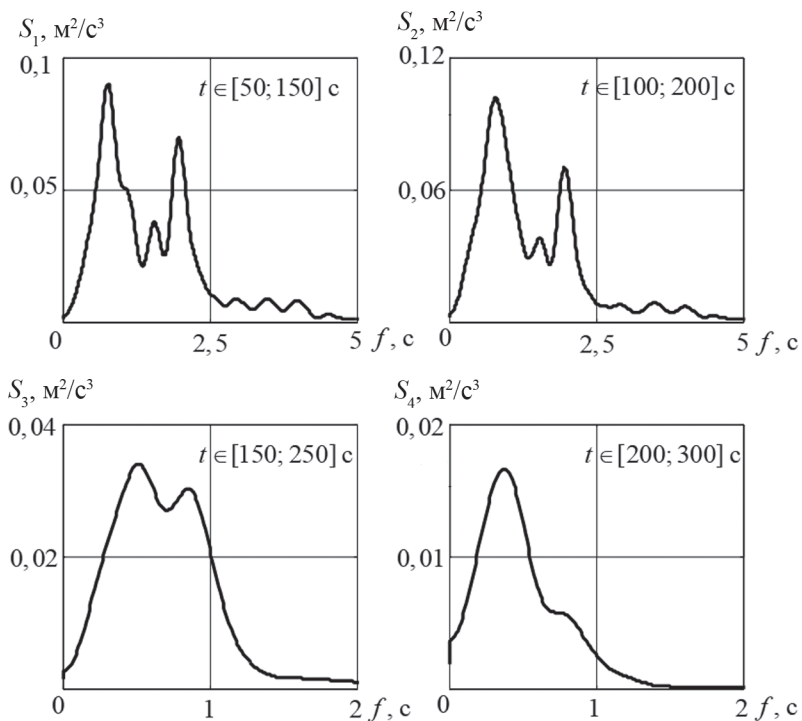


Рис. 6. Спектральная плотность мощности процесса $a(t)$ в различные временные интервалы

Изменение во времени преобладающих частот процессов $\varphi(t)$ и $a(t)$

Процессы	Временные интервалы, с			
	50...150	100...200	150...250	200...300
$\varphi(t)$	0,82	0,85	0,47	0,30
$a(t)$	0,77	0,78	0,52	0,38

Заключение

В качестве исходных данных для расчета на сейсмостойкость все чаще используют акселерограммы, полученные в результате сейсмического микрорайонирования площадки строительства. Если сейсмологические данные указывают на возможность длиннопериодного землетрясения, необходим их углубленный анализ с учетом нестационарности сейсмического процесса. Настоящее исследование показывает, как провести предварительный частотно-временной анализ акселерограмм средствами математического пакета

MATLAB. Определение зависимости интенсивности, спектральной плотности мощности и преобладающих частот сейсмического воздействия от времени даёт возможность, во-первых, корректно оценить величины действующих сейсмических сил, а во-вторых, уточнить границы диапазона резонансных частот и эффективно отстроить систему от резонанса. Частотно-временной анализ устанавливает качественные и количественные изменения сейсмического воздействия во времени, что важно при расчетах на сейсмостойкость зданий и сооружений с учетом длительности землетрясения.

Литература

1. **Болотин В.В.** Статистические методы в строительной механике. М.: Стройиздат, 1961.
2. **Болотин В.В.** Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М.: Стройиздат, 1971.
3. **Marano G.C.** Non-stationary Stochastic Modulation Function Definition Based On Process Energy Release // *Physica A: Statistical Mechanics and its Appl.* 2019. V. 517. Pp. 280—289.
4. **Wang D., Fan Z., Hao Sh., Zhao D.** An Evolutionary Power Spectrum Model of Fully Nonstationary Seismic Ground Motion // *Soil Dynamics and Earthquake Eng.* 2018. V. 105. Pp. 1—10.
5. **Schillinger D., Stefanov D., Stavrev A.** The Method of Separation for Evolutionary Spectral Density Estimation of Multi-variate and Multi-dimensional Non-stationary Stochastic Processes // *Probabilistic Eng. Mechanics.* 2013. V. 33. Pp. 58—78.
6. **Canor T., Caracoglia L., Denoël V.** Perturbation Methods in Evolutionary Spectral Analysis for Linear Dynamics and Equivalent Statistical Linearization // *Probabilistic Eng. Mechanics.* 2016. V. 46. Pp. 1—17.
7. **Zhao Y., Li Y., Zhang Y., Kennedy D.** Nonstationary Seismic Response Analysis of Long-span Structures by Frequency Domain Method Considering Wave Passage Effect // *Soil Dynamics and Earthquake Eng.* 2018. V. 109. Pp. 1—9.
8. **Котюк А.Ф., Цветков Э.И.** Спектральный и корреляционный анализ нестационарных случайных процессов. М.: Изд-во Комитета стандартов мер и измерительных приборов при Совете Министров СССР, 1970.
9. **Пугачев В.С., Сеницын И.Н.** Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация. М.: Наука, 1990.
10. **Бендат Дж., Пирсол А.** Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989.
11. **Грибанов Ю.И., Мальков В.Л.** Спектральный анализ случайных процессов. М.: Энергия, 1974.
12. **Позняк Е.В.** Состоятельная оценка спектральной плотности мощности сейсмического ускорения грунта // *Вестник МЭИ.* 2015. № 5. С. 30—36.

References

1. **Bolotin V.V.** *Statisticheskie Metody v Stroitel'noy Mekhanike.* M.: Stroyizdat, 1961. (in Russian).
2. **Bolotin V.V.** *Primenenie Metodov Teorii Veroyatnostey i Teorii Nadezhnosti v Raschetakh Sooruzheniy.* M.: Stroyizdat, 1971. (in Russian).
3. **Marano G.C.** Non-stationary Stochastic Modulation Function Definition Based On Process Energy Release. *Physica A: Statistical Mechanics and its Appl.* 2019;517: 280—289.
4. **Wang D., Fan Z., Hao Sh., Zhao D.** An Evolutionary Power Spectrum Model of Fully Nonstationary Seismic Ground Motion. *Soil Dynamics and Earthquake Eng.* 2018;105:1—10.
5. **Schillinger D., Stefanov D., Stavrev A.** The Method of Separation for Evolutionary Spectral Density Estimation of Multi-variate and Multi-dimensional Non-stationary Stochastic Processes. *Probabilistic Eng. Mechanics.* 2013; 33:58—78.
6. **Canor T., Caracoglia L., Denoël V.** Perturbation Methods in Evolutionary Spectral Analysis for Linear Dynamics and Equivalent Statistical Linearization. *Probabilistic Eng. Mechanics.* 2016;46:1—17.
7. **Zhao Y., Li Y., Zhang Y., Kennedy D.** Nonstationary Seismic Response Analysis of Long-span Structures by Frequency Domain Method Considering Wave Passage Effect. *Soil Dynamics and Earthquake Eng.* 2018;109: 1—9.
8. **Kotyuk A.F., TSvetkov E.I.** *Spektral'nyy i Korrelyatsionnyy Analiz Nestatsionarnykh Sluchaynykh Protsessov.* M.: Izd-vo Komiteta Standartov Mer i Izmeritel'nykh Priborov pri Sovete Ministrov SSSR, 1970. (in Russian).
9. **Pugachev V.S., Sinitsyn I.N.** *Stokhasticheskie Differentsial'nye Sistemy. Analiz i Fil'tratsiya.* M.: Nauka, 1990. (in Russian).
10. **Bendat Dzh., Pirsol A.** *Prikladnoy Analiz Sluchaynykh Danykh.* M.: Mir, 1989. (in Russian).
11. **Gribanov YU.I., Mal'kov V.L.** *Spektral'nyy Analiz Sluchaynykh Protsessov.* M.: Energiya, 1974.
12. **Poznyak E.V.** Sostoyatel'naya Otsenka Spektral'noy Plotnosti Moshchnosti Seysmicheskogo Uskoreniya Gru-ta. *Vestnik MEI.* 2015;5:30—36. (in Russian).

13. Lee W.H.K., Kanamori H., Jennings P., Kisslinger C. International Handbook of Earthquake & Engineering Seismology. Pt. B. Academic Press, 2003.

14. Zerva A., Zervas V. Spatial Variation of Seismic Ground Motions: an Overview // Appl. Mech. Rev. 2002. V. 55. No. 3. Pp. 271—296.

15. Abrahamson N.A., Schneider J.F., Stepp C. The Spatial Variation of Earthquake Ground Motion End Effects of Local Site Conditions // Proc. X World Conf. Earthquake Eng. 1992. Pp. 967—972.

16. Rodda G.K., Basu D. Parameterization of Auto-spectral Density of Earthquake Induced Strong Ground Motions // Soil Dynamics and Earthquake Eng. 2019. V. 118. Pp. 52—64.

17. Назаров Ю.П., Травуш В.И. Длиннопериодные сейсмические воздействия и их влияние на прочность конструкций высотных зданий // Intern. J. Computational Civil and Structural Eng. 2018. V. 14(4). Pp. 14—26.

18. Назаров Ю.П. Аналитические основы расчета сооружений на сейсмические воздействия. М.: Наука, 2010.

19. Назаров Ю.П., Позняк Е.В. О пространственной изменчивости сейсмических движений грунта при расчете сооружений // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2014. № 5. С. 17—20.

20. Назаров Ю.П., Позняк Е.В. Определение коэффициента динамичности в расчетах на сейсмостойкость // Строительство: наука и образование. 2015. № 1. Ст. 2. [Электрон. ресурс] <http://www.nso-journal.ru> (дата обращения 25.01.2019).

13. Lee W.H.K., Kanamori H., Jennings P., Kisslinger C. International Handbook of Earthquake & Engineering Seismology. Pt. B. Academic Press, 2003.

14. Zerva A., Zervas V. Spatial Variation of Seismic Ground Motions: an Overview. Appl. Mech. Rev. 2002;55: 3:271—296.

15. Abrahamson N.A., Schneider J.F., Stepp C. The Spatial Variation of Earthquake Ground Motion End Effects of Local Site Conditions. Proc. X World Conf. Earthquake Eng. 1992:967—972.

16. Rodda G.K., Basu D. Parameterization of Auto-spectral Density of Earthquake Induced Strong Ground Motions. Soil Dynamics and Earthquake Eng. 2019;118: 52—64.

17. Nazarov Yu.P., Travush V.I. Dlinnoperiodnye Seysmicheskie Vozdeystviya i Ikh Vliyanie na Prochnost' Konstruktivnykh Vysotnykh Zdanii, Intern. J. Computational Civil and Structural Eng. 2018;14(4):14—26. (in Russian).

18. Nazarov Yu.P. Analiticheskie Osnovy Rascheta Sooruzheniy na Seysmicheskie Vozdeystviya. M.: Nauka, 2010. (in Russian).

19. Nazarov Yu.P., Poznyak E.V. O Prostranstvennoy Izmenchivosti Seysmicheskikh Dvizheniy Grunta pri Raschete Sooruzheniy. Osnovaniya, Fundamenty i Mekhanika Gruntov. 2014;5:17—20. (in Russian).

20. Nazarov Yu.P., Poznyak E.V. Opredelenie Koeffitsienta Dinamichnosti v Raschetakh na Seysmostoykost'. Stroitel'stvo: Nauka i Obrazovanie. 2015;1;2. [Elektron. Resurs] <http://www.nso-journal.ru> (Data Obrashcheniya 25.01.2019). (in Russian).

Сведения об авторах:

Позняк Елена Викторовна — кандидат технических наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: PozniakYV@mpei.ru

Радин Владимир Павлович — кандидат технических наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: RadinVP@mpei.ru

Новикова Ольга Валерьевна — кандидат технических наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: NovikovaOV@mpei.ru

Information about author:

Poznyak Elena V. — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Robotics, Mechatronics and Machines Dynamics and Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: PozniakYV@mpei.ru

Radin Vladimir P. — Ph.D. (Techn.), Professor of Robotics, Mechatronics and Machines Dynamics and Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: RadinVP@mpei.ru

Novikova Olga V. — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Robotics, Mechatronics and Machines Dynamics and Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: NovikovaOV@mpei.ru

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

Conflict of interests: the authors declare no conflict of interest

Статья поступила в редакцию: 25.02.2019

The article received to the editor: 25.02.2019