ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (05.13.06)

УДК 658.512.001.5 DOI: 10.24160/1993-6982-2019-6-106-114

Косвенные частотные показатели оптимальности для автоматической настройки регуляторов: учет зависимости от параметров модели объекта

В.Ф. Кузищин, Е.И. Мерзликина, Хоанг Ван Ва

Рассмотрена задача расчета настройки автоматических систем регулирования с ПИ- и ПИД-регуляторами с применением косвенных условий оптимальности, основанных на общих свойствах частотных характеристик типовых систем регулирования в области резонансной частоты. Указанные условия сводятся к тому, что комплексные частотные характеристики систем в области резонанса должны иметь некоторые заданные значения параметров — косвенные частотные показатели оптимальности. Достоинствами данных условий оптимальности является то, что они реализуют системный подход к настройке регуляторов на основе требований к системе в целом, а также удобны для корректировки с учетом конкретных требований к запасу устойчивости и виду показателя качества.

Приведены расчетные зависимости и аппроксимирующие формулы для вычисления оптимальных значений показателей в зависимости от параметров модели объекта второго порядка с запаздыванием, которые получаются в результате выполнения первого этапа работы алгоритма автоматической настройки регуляторов. Расчетные зависимости получены на основе первичных условий оптимальности в виде минимизации интегрального критерия качества регулирования при ограничении частотного показателя колебательности. Даны примеры расчета настройки ПИД- и ПИ-регуляторов с использованием косвенных частотных показателей.

Ключевые слова: автоматическая система регулирования, ПИД- и ПИ-регуляторы, частотные характеристики, автоматическая настройка, косвенные показатели оптимальности, аппроксимация, модель объекта.

Для цитирования: Кузищин В.Ф., Мерзликина Е.И., Хоанг Ван Ва. Косвенные частотные показатели оптимальности для автоматической настройки регуляторов: учет зависимости от параметров модели объекта // Вестник МЭИ. 2019. № 6. С. 106—114. DOI: 10.24160/1993-6982-2019-6-106-114.

Indirect Frequency Optimality Indicators for Automatic Tuning of Controllers: Consideration of the Dependence on the Process Model Parameters

Kuzishchin V.F., Merzlikina E.I., Hoang Van Va

The problem of tuning automatic closed-loop control systems equipped with PI and PID controllers with applying indirect optimality conditions based on the general properties of the frequency responses of typical control systems around the resonance frequency is considered. The abovementioned conditions boil down to the requirement according to which the complex frequency responses of the systems around the resonance frequency must have certain specified values of the parameters, called indirect frequency optimality indicators. The advantages of these optimality conditions are that they implement a systems approach to the tuning of controllers proceeding from the requirements for the system as a whole; in addition, they are convenient for adjustment subject to specific requirements for the system stability margin and the kind of quality indicator. The article presents calculation and approximation formulae for calculating the optimal values of indicators as functions of the parameters of the second-order process model with a time delay, which are obtained from accomplishing the first step of the automatic controller tuning algorithm. The calculation formulae are obtained proceeding from the primary optimality conditions that imply minimizing the integral control quality indicator subject to a constraint imposed on the frequency oscillatory indicator. Examples of calculating the tuning of PI and PID controllers using the indirect frequency indicators are given.

Key words: automatic closed-loop control system, PID controller, PI controller, frequency responses, automatic tuning, indirect optimality indicators, approximation, process model.

For citation: Kuzishchin V.F., Merzlikina E.I., Hoang Van Va. Indirect Frequency Optimality Indicators for Automatic Tuning of Controllers: Consideration of the Dependence on the Process Model Parameters. Bulletin of MPEI. 2019;6:106—114. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2019-6-106-114.

Введение

В практике автоматизации технологических процессов основными остаются ПИ- и ПИД-регуляторы. Для их настройки написаны методы и формулы [1]. Интерес к данному вопросу растет в связи с развитием микропроцессорных систем и потребностью повышения степени интеллектуализации систем управления, в частности, — внедрения автоматической настройки регуляторов (АНР) и адаптивных систем управления.

В публикациях анализируются не только одноконтурные автоматические системы регулирования (АСР), но и системы сложной структуры [2 — 6]: с исчезающим сигналом из промежуточной точки [5], двухсвязные системы [2, 4], а также системы с модальными регуляторами [7, 8]. Идентификация объекта может выполняться по реакции на гармонический сигнал [9] или посредством введения релейного элемента в замкнутый контур [4, 10]. Реже применяются другие способы, например с использованием скачкообразных сигналов [11]. В большинстве случаев модель объекта представлена в виде одного апериодического звена с запаздыванием [2, 4, 10, 12], реже — в виде двух апериодических звеньев [4, 10], как правило, — с равными постоянными времени. Также встречаются модели в виде дробно-рациональной функции без запаздывания [5].

Основной недостаток многих известных методов отсутствие системного подхода к настройке регуляторов, расчет ведется по модели объекта, полученной в отрыве от конечных требований к АСР. В этом отношении достоинствами обладают методы АНР [13 — 15], основанные на использовании активной идентификация системы частотными методами с контролем наиболее существенной области КЧХ АСР в окрестности резонансной частоты. В сочетании с частотными методами расчета оптимума они позволяют обеспечить достаточную точность настройки действующей АСР, а также рационально осуществить активный эксперимент на объекте, чтобы минимизировать нарушения нормальной эксплуатации.

Первичные и косвенные условия оптимальности

Алгоритмы АНР, представленные в статье, ориентированы на выполнение следующих требований (первичных условий оптимальности) к автоматической системе регулирования [13]:

• обеспечение заданной степени затухания свободных колебаний в системе $\psi \approx \psi_{3,1}$ путем ограничения частотного показателя колебательности $M \leq M_{3,2}$;

• минимизацию интегрального показателя качества $I\{\varepsilon(t)\} = \min$, характеризующего ошибку линейного I_1 , квадратичного I_2 , или модульного I_{mod} регулирования.

Рассмотрим регулятор в рамках ПИД-закона:

$$W_{\rm p}(s) = K_{\rm n} \left[1 + 1 / T_{\rm \mu} s + T_{\rm \mu} s / \left(T_{\rm \phi} s + 1 \right)^2 \right], \tag{1}$$

Параметр C_{ϕ} фильтра при Д-составляющей меняется от 1 до 10 (по умолчанию $C_{\phi} = 8$). Параметр $\alpha = T_{\pi}/T_{\mu}$ выбирается с учетом обеспечения робастности системы [13], а также ряда других требований, связанных с обеспечением нормальной эксплуатации регуляторов [15]. Обычно α задается в пределах от 0,15 до 0,25. Передаточная функция ПИ-регулятора определяется из (1) при $T_{\mu} = 0$.

Непосредственно использовать первичные условия оптимальности для оптимизации настройки действующей системы затруднительно. В алгоритмах АНР работают сформированные на основе первичных условий оптимальности более удобные для контроля и расчетов косвенные частотные условия оптимальности [14], представляющие собой требования в виде равенств к параметрам КЧХ замкнутой системы по каналу задания:

$$W_{\rm sc}(j\omega_k) = W_{\rm pc}(j\omega_k)/1 + W_{\rm pc}(j\omega_k)$$

или к параметрам КЧХ разомкнутой системы $W_{pc}(j\omega) = W_{ob}(j\omega)W_{p}(j\omega)$, связанной с КЧХ замкнутой системы выражением

$$W_{\rm pc}(j\omega) = W_{\rm sc}(j\omega) / \left[1 - W_{\rm sc}(j\omega)\right],\tag{2}$$

где $W_{ob}(j\omega)$ — КЧХ объекта.

Применение косвенных частотных показателей оптимальности основано на замечательном свойстве ACP, состоящем в том, что при оптимальной настройке систем с типовыми объектами регулирования частотные характеристики систем имеют ряд общих свойств



Рис. 1. КЧХ замкнутых систем с ПИ-регулятором при оптимальной настройке: $1 - n = 10, \beta = 0.5; 2 - n = 10, \beta = 2; 3 - n = 2, \beta = 2; 4 - n = 2, \beta = 1; n = T_2/T_1; \beta = \tau/T_1$

в окрестности резонансной частоты. Главным в этих свойствах является то, что графики КЧХ разомкнутых $W_{pc}(j\omega)$ или замкнутых $W_{sc}(j\omega)$ систем в окрестности резонансной частоты замкнутой системы ω_{pes} при оптимальной настройке оказываются идентичными и имеют близкое расположение к некоторой контрольной точке Z_0 . В качестве примера на рис. 1, 2 приведены КЧХ замкнутых и разомкнутых систем с ПИрегулятором при оптимальной настройке по критерию $I_1 = \min$ при M = 1,55. Индексами записаны варианты параметров объекта:

$$W_{\rm of}\left(s\right) = K_{\rm of} \exp\left(-sT_1\beta \left[\left(T_1s+1\right)\left(T_1ns+1\right)\right]\right), \quad (3)$$

где $n = T_2/T_1; \beta = \tau/T_1.$

По виду графиков рис. 1, 2 можно заключить, что КЧХ замкнутых систем $W_{sc}(j\omega)$ проходят приблизительно через контрольную точку $Z_{sc}0 = R_{sc}0\exp(-jF_{sc}0)$, расположенную вблизи максимума АЧХ замкнутой системы, который соответствует заданному значению частотного показателя колебательности M, т. е. $R_{sc}0 \approx M_{sr}$.

В настоящем случае $M_{_{33}} = 1,55$, что приближенно соответствует расчетной степени затухания свободных колебаний системы $\Psi = 0,9$. Для КЧХ разомкнутых систем $W_{_{pc}}(j\omega)$ рассмотренное свойство соответствует тому, что годографы $W_{_{pc}}(j\omega)$ касаются *М*-окружности приблизительно в одном месте (см. рис. 2), определяемом координатами контрольной точки $Z_{_{0pc}}$ с учетом выражения (2). Помимо этого условия при настройке регулятора требуется обеспечить оптимум по некоторому показателю качества (интегральному линейному I_1 или другому), что сводится к выбору положения точки оптимума на границе $M = M_{_{33}}$.

Можно доказать, что это соответствует определенному соотношению интегральной и пропорциональной составляющих вектора КЧХ регулятора при частоте $\omega_0 = 2\pi/T_0$ в контрольной точке Z_0 , что определяет фазу вектора и зависит от параметра T_0/T_{μ} .



Рис. 2. КЧХ разомкнутых систем с ПИ-регулятором при оптимальной настройке:

 $\begin{array}{l} 1 - n = 10, \ \beta = 0.5; \ 2 - n = 10, \ \beta = 2; \ 3 - n = 2, \ \beta = 2; \ 4 - n = 2, \ \beta = 1; \ 5 - ; \ n = T_2/T_1; \ \beta = \tau/T_1 \end{array}$

С учетом рассмотренных свойств косвенные частотные условия оптимальности для системы с ПИили ПИД-регулятором могут быть представлены в виде системы трех уравнений для КЧХ замкнутой системы $W_{xc}(j\omega) = R_{xc}(\omega) \exp[jF_{xc}(\omega)]$:

$$R_{\rm ac}(\omega, K_{\rm m}, T_{\rm m}, \alpha) = R_{\rm ac0}; \tag{4}$$

$$F_{\rm sc}(\omega, K_{\rm n}, T_{\rm n}, \alpha) = F_{\rm sc0}; \tag{5}$$

$$T_0/T_{\mu 0} = b_3,$$
 (6)

где R_{3c0} , F_{3c0} , b_3 — заданные числа (оптимальные значения косвенных показателей); T_0 — период колебаний при частоте ω_0 ,

$$T_0 = 2\pi/\omega_0. \tag{7}$$

Используя (2), косвенные частотные условия оптимальности также можно выразить через КЧХ разомкнутой системы $W_{pc}(j\omega) = R_{pc}(\omega) \exp[j\omega F_{pc}(\omega)]$:

$$R_{\rm nc}(\omega, K_r, T_i, \alpha) = R_{\rm nc0}; \tag{8}$$

$$F_{\rm nc}(\omega, T_i, \alpha) = F_{\rm nc0} \tag{9}$$

при $T_0/T_{\mu 0} = b_3$.

Формулировку косвенных условий оптимальности представим следующим образом: параметры настройки регулятора { $K_{\rm n}$, T_{μ} , α } — оптимальны, если при частоте ω_0 вектор КЧХ замкнутой системы принимает значение $W_{\rm sc0} = R_{\rm sc0} \exp(j\omega F_{\rm sc0})$, определяемое (4) и (5), а период колебаний (7) связан с установленным в регуляторе параметром $T_{\mu 0}$ соотношением (6).

Для универсальности (применимости к различным объектам и видам ACP) значения R_{3c0} , F_{3c0} , b_3 задаются так, чтобы они соответствовали окрестности резонансной частоты оптимально настроенной системы для объектов с типовыми динамическими свойствами. Поиск расчетных формул для $\alpha = T_{a}/T_{u}$ и $b_3 = T_0/T_{u}$ в зависимости от параметров модели объекта (3) $\beta = \tau/T_1$ и $n = T_2/T_1$ — одна из задач настоящей работы.

Выполнение условий (4), (5) или (8), (9) приближенно гарантирует заданную степень затухания ψ_{33} . Значение R_{3c0} практически совпадает с заданным значением M, что позволяет учитывать требования к запасу устойчивости настраиваемой системы регулирования.

Число b_3 в (6) определяет соотношение между T_0 при частоте ω_0 и постоянной времени интегрирования T_{μ} . Тем самым фиксируется фаза регулятора $F_{\rm p}(\omega)$ при частоте ω_0 .

Для ПИ-регулятора фазовый сдвиг имеет вид:

$$F_{\rm n}(\omega) = -\arctan[1/(\omega T_{\rm w})].$$

При $\omega_0^* T_{_{\rm H}} = (2\pi/T_{_0})$ и $T_{_{\rm H}} = 2\pi/b_3$ получим постоянное значение

$$F_{\rm p}(\omega_0) = -\arctan[b_3/(2\pi)].$$
 (10)

Задаваясь различными значениями $b_3 = T_0/T_{\mu}$ при постоянных R_{3c0} , F_{3c0} , можно перемещаться по границе заданного запаса устойчивости и, тем самым, выбирать рабочую точку оптимума с учетом принятого показателя оптимальности.

В качестве примера на рис. З приведен фрагмент границы M = 1,55 в плоскости параметров ПИ-регулятора $\{K_n; K_n\}$ (кривая 1), показаны зависимости $K_n(T_0/T_n)$ (кривая 2) и $I_2(T_0/T_n)$ (кривая 3) при $F_{sc}(\omega) = -90^\circ$ на данной границе для системы с объектом второго порядка вида (3) при $K_{o6} = 2; T_1 = 16$ с; $T_2 = 160$ с; $\tau = 10$ с; $n = 10; \beta = 0,375$.

Максимум K_{μ} (минимум I_1) получается при $b_3 = 2,11$ ($K_{\mu} = 3,06$; $T_{\mu} = 74$ с), а минимум I_2 — при $b_3 = T_0/T_{\mu} = 1,12$ ($K_{\mu} = 4,02$; $T_{\mu} = 112$ с).

Можно считать, что для перехода от $I_1 \ltimes I_2$ достаточно уменьшить значение параметра b_3 приблизительно в 2 раза.

Для ПИД-регулятора с передаточной функцией (1) фазовый сдвиг вектора КЧХ при частоте ω определим с помощью выражения:

$$F_{n}(\omega) = \arg(W_{n}(j\omega)), \qquad (11)$$

где $W_{p}(j\omega)$ вычислим по (1).

Если $\omega T_{\mu} = 2\pi/b_3$, то фаза вектора КЧХ ПИД-регулятора фиксирована и равна

$$F_{\rm p0} = \arg(W_{\rm p}(j\omega)). \tag{12}$$

Фиксированным оказывается и модуль нормированного вектора КЧХ регулятора (при K_n = 1):

$$R_{\rm p0} = |W_{\rm p}(j\omega)|/K_{\rm m}.$$
 (13)

Важным достоинством косвенных условий оптимальности считается возможность непосредственного контроля в действующей системе, а также то, что для них не требуется находить экстремум функции. Кроме того, эти условия достаточно просто поменять с учетом конкретных требований: для смены заданного значения степени затухания нужно скорректировать R_{sc0} , а при изменении критерия качества — $b_3 = (T_0/T_{\mu})_{on}$.

Задача настройки ACP при использовании косвенных условий оптимальности сводится к определению таких значений параметров регулятора K_n , T_μ (при заданном α), для которых условия (4) — (6) или (8), (9) выполняются с достаточной точностью.

Применение косвенных показателей оптимальности для настройки ACP можно представить в виде двух этапов.

На первом определяются расчетные зависимости оптимальных значений косвенных показателей от параметров модели объекта с учетом первичных условий



оптимальности. Этот этап выполняется единожды заранее (до выхода на рабочее оборудование) для достаточно широкого круга моделей объектов.

На втором этапе происходит собственно настройка действующей системы с помощью АНР по косвенным показателям оптимальности с учетом их зависимости от параметров модели объекта, которая определяется в ходе работы алгоритма АНР.

Приведем результаты расчетов оптимальных значений показателей α и b₃ для системы с ПИД-регулятором в зависимости от параметров *n* и β модели объекта (3). Расчеты выполнены для массива вариантов параметров модели объекта в широком диапазоне изменения: $n = [1, 2, 4, 8, 16]; \beta = [0,1; 0,2; 0,4; 0,8; 1,6]$. Полученные зависимости изображены на рис. 4. Для удобства реализации в контроллерах они аппроксимированы аналитическими выражениями.

В ходе работы АНР вычисления выполняются по формулам для параметра $\alpha_{on} = \alpha$ (β , *n*):

$$\begin{aligned} a_{01} &= -4; \ b_{01} = 0,38; \ c_{01} = 0,2; \\ a_{16} &= -3,7143; \ b_{16} = 0,1817; \ c_{16} = 0,5576; \\ az_4 &= -0,2613; \ bz_4 = 0,2176; \ cz_4 = 0,0677; \\ y_{01}(n) &= b_{01} + c_{01}/(n - a_{01}); \\ y_{16}(n) &= b_{16} + c_{16}/(n - a_{16}); \ z_4(\beta) = bz_4 + cz_4/(\beta - az_4); \\ kz(\beta) &= [z_4(\beta) - y_{01}(4)]/[y_{16}(4) - y_{01}(4)]; \\ \alpha(\beta, n) &= y_{01}(n) + [y_{16}(n) - y01(n)]kz(\beta); \end{aligned}$$



Рис. 4. Оптимальные значения $\alpha(\beta, n) \ b_3(\beta, n)$ для ПИДрегулятора (n = 1, 2, 4, 8, 16)

для $b_{3on} = b_3(\beta, n)$:

$$\begin{aligned} a_{01} &= -0,1074; \ b_{01} &= 1,252; \ c_{01} &= 0,6065; \\ a_{16} &= -2,2022; \ b_{16} &= 1,609; \ c_{16} &= 8,9375; \\ az_4 &= -1,40; \ bz_4 &= 4,70; \ cz_4 &= -4,95; \\ y_{01}(n) &= b_{01} + c_{01}/(n-a_{01}); \\ y_{16}(n) &= b_{16} + c_{16}/(n-a_{16}); \ z_4(\beta) &= bz_4 + cz_4/(\beta - az_4); \\ kz(\beta) &= [z_4(\beta) - y_{01}(4)]/[y_{16}(4) - y_{01}(4)]; \\ b_3(\beta, n) &= y_{01}(n) + [y_{16}(n) - y_{01}(n)]kz(\beta). \end{aligned}$$

Эти зависимости получены для контрольной точки КЧХ замкнутой системы с координатами $R_{\rm sc0}$ =1,4; $F_{\rm sc0}$ = -90°. Совместно с (4) — (6) они приближенно обеспечивают выполнение условий $I_{\rm mod}$ = min при $\Psi \ge 0.95$.

Расчет параметров ПИД-регулятора с помощью косвенных частотных показатели оптимальности по модели объекта

Для ПИД-регулятора (1) при $\omega T_{\mu} = 2\pi/b_{_3}$ и заданных фиксированными а и C_{ϕ} фазовый сдвиг и нормированный модуль КЧХ (при $K_{_{\Pi}} = 1$) соответствуют выражениям (12), (13).

Это позволяет найти фазу и модуль вектора КЧХ объекта (3) при частоте $x_0 = T_1 \omega_0$ в контрольной точке:

$$F_{\rm o60} = F_{\rm pc0} - F_{\rm p0}; \tag{16}$$

$$R_{\rm o60}K_{\rm o6}K_{\rm n0} = R_{\rm pc0}/R_{\rm p0};$$
(17)

где F_{pc0} , R_{pc0} определяются по F_{3c0} и R_{3c0} с помощью (2);

$$F_{000} = -\beta x_0 - a tg(x_0) - a tg(x_0 n)$$
(18)

— фаза вектора КЧХ объекта (3) при $x_0 = \omega_0 T_1$;

$$R_{\rm ob0} = 1 / \sqrt{(x_0^2 + 1)(x_0^2 n^2 + 1)};$$
(19)

— нормированный модуль вектора КЧХ модели объекта (3) при оптимальной настройке регулятора (при $K_{o6} = 1; x_0 = \omega_0 T_1$).

В ходе работы АНР на объекте решается уравнение аргументов для модели объекта (3) относительно безразмерной частоты $x_0 = \omega_0 T_1$ в контрольной точке при оптимальной настройке регулятора при найденных значениях параметров β и *n*:

$$F(x) = \beta x + a tg(x) + a tg(xn) + F_{00} = 0.$$
(20)

Решение находится по алгоритму:

$$x_{k+1} = x_k - G(x_k) / GG(x_k),$$

где $G(x) = \beta x + \operatorname{arctg}(x) + \operatorname{arctg}(xn) + F_{o60};$

$$GG(x) = \beta + 1/(x^2 + 1) + n/(x^2n^2 + 1)$$

После определения $x_0 = \omega_0 T_1$ вычисляются искомые параметры.

Период колебаний при частоте $\omega 0$ в контрольной точке:

$$T_0 = 2\pi T_1 / x_0. \tag{21}$$

Оптимальные значения T_{μ} , T_{π} , коэффициента пропорциональности разомкнутой системы (R_{000} вычисляется по (19)) и K_{π} :

$$T_{_{\rm H,OII}} = T_0/b_3 = 2\pi T_1/(x_0 b_3); \qquad (22)$$

$$T_{\mathrm{n,on}} = T_{\mathrm{n,on}} \alpha_{\mathrm{on}}; \qquad (23)$$

$$K_{\rm pc.on} = R_{\rm pc0} / (R_{\rm p0} R_{\rm o60});$$
(24)

$$K_{\text{п.опт}} = K_{\text{pc.onf}} / K_{\text{of}}.$$
 (25)

Пример 1. Расчет настройки системы с ПИД-регулятором по косвенным частотным показателям оптимальности.

Выполнен для системы регулирования температуры электронагревателя с использованием экспериментальных данных, полученных при определении параметров модели объекта в ходе выполнения первой части алгоритма АНР.

Параметры модели объекта: $K_{o6} = 1,7$ °C/%; $T_1 = 23$ с; $T_2 = 233$ с; $\tau = 8$ с; $n = T_2/T_1 = 10,13$; $\beta = \tau/T_1 = 0,3478$.

По (14), (15) получим оптимальные значения косвенных показателей: $\alpha_{out}(\beta, n) = 0,307; b_{3out}(\beta, n) = 1,60.$

Зададим координаты контрольной токи КЧХ замкнутой системы: $R_{3c0} = 1,4$; $F_{3c0} = -90^{\circ} = -1,571$ рад.

Определим координаты контрольной токи КЧХ разомкнутой системы по (2): *R* = 0.8137: *F* = -2.521 рад.

зомкнутой системы по (2): $R_{\rm pc0} = 0,8137$; $F_{\rm pc0} = -2,521$ рад. Вычислим параметры вектора КЧХ регулятора для $\alpha_{\rm on}$ и $\omega T_{\mu} = 2\pi/b_3$ ($K_{\rm n} = 1$, $C_{\phi} = 8$) при оптимальной настройке в соответствии с (11) — (13): $R_{\rm p0} = 1,605$; $F_{\rm p0} = 0,574$ рад. Найдем фазу вектора КЧХ модели объекта при оптимальной настройке регулятора: $F_{\rm o60} = F_{\rm pc0} - F_{\rm p0}$; $F_{\rm o60} = -2,521 - 0,574 = -3,095$.

При найденных β и *n* получим безразмерную частоту $x_0 = \omega_0 T_1$ путем решения (20): $x_0 = 1,6265$. По (19) получим приведенный модуль вектора КЧХ модели (3) при оптимальной настройке регулятора $(K_{c6} = 1) x_0 = \omega_0 T_1$: $R_{c60} = 0.03173$.

По (24) вычислим коэффициент пропорциональности разомкнутой системы:

$$K_{\rm nc,ourr} = 0.8137/(1.605 \cdot 0.03173) = 15.98$$

По (21)—(25) найдем оптимальные значения параметров ПИД-регулятора: $T_{_{\rm HOT}} = 55,48; T_{_{\rm AOT}} = 17,05; K_{_{\rm HOTT}} = 9,40.$ На рисунке 5 изображены КЧХ замкнутой $W_{_{3C}}(j\omega)$

На рисунке 5 изображены КЧХ замкнутой $W_{sc}(j\omega)$ и разомкнутой $W_{pc}(j\omega)$ систем при рассчитанных параметрах ПИД-регулятора. Кругом отмечена контрольная точка, через которую должны проходить годографы КЧХ. Показана *M*-окружность, определяющая заданное значение M = 1,4.

Полученные характеристики системы близки к расчетному виду. На рисунке 6 (кривые l) даны переходные характеристики системы с ПИД-регулятором относительно возмущения на входе объекта $h_{\lambda}(t)$ и по заданию $h_{u}(t)$. Кривые 2 относятся к примеру с ПИрегулятором.

Для системы с ПИ-регулятором при использовании косвенных частотных показателей требуется определение оптимального значения одного показателя $b_3 = (T/T_{\mu})_{on}$ в зависимости от параметров модели объекта (3). Исходя из расчетов получены требуемые зависимости для системы с ПИ-регулятором при использовании первичных условий оптимальности в виде $I_1 = \min$ при M = 1,55. Контрольная точка: $R_{3c0} = 1,52$; $F_{3c0} = -90^{\circ}$. Графики зависимостей изображены на рис. 7 и аппроксимированы следующими формулами:

$$a_{25} = -1,994; \ b_{25} = 1,258; \ c_{25} = 7,222; a_{20} = -2,520; \ b_{20} = 1,235; \ c_{20} = 28,481; az_3 = -3,022; \ bz_3 = 16,073; \ cz_3 = -42,525; y_{25}(n) = b_{25} + \frac{c_{25}}{n-a_{25}}; \ y_{20}(n) = b_{20} + \frac{c_{20}}{n-a_{20}};$$
(26)



Рис. 5. Графики КЧХ замкнутой и разомкнутой систем с ПИД-регулятором: $1 - W_{xc}(j\omega); 2 - W_{yc}(j\omega); 3 - M$ -окружность для M = 1,4



Рис. 6. Переходные характеристики системы регулирования:

1 — переходные характеристики системы с ПИД-регулятором относительно возмущения на входе объекта $h_{\lambda}(t)$ и по заданию $h_{u}(t)$; 2 — примеры с ПИ-регулятором



Рис. 7. Зависимости оптимального значения косвенного показателя b_3 от параметров модели объекта $\{n, \beta\}$ для системы с ПИ-регулятором (n = 1, 2, 3, 5, 10)

$$z_{2}(\beta) = bz_{2} + \frac{cz_{2}}{\beta - az_{2}};$$

$$kz(\beta) = [z_{2}(\beta) - y_{25}(2)]/[y_{25}(2) - y_{25}(2)];$$

$$b_{3}(\beta, n) = y_{25}(n) + [y_{25}(n) - y_{20}(n)]kz(\beta).$$

Если предпочтительнее применение квадратичного показателя, то для этого достаточно скорректировать значение b_{3on} , уменьшив его приблизительно в два раза (см. рис. 3).

Пример 2. Расчет настройки системы с ПИрегулятором.

Выполнен для тех же данных модели объекта, что и в примере 1, но с расчетом $b_{30n} = \alpha(\beta, n)$ по (26). Результаты расчета для системы с ПИ-регулятором представлены в таблице.

Переходные характеристики АСР с ПИ-регулятором показаны на рис. 6 (кривые 2) совместно с результатами для ПИД-регулятора. Результаты проверки с применением известного метода с поиском максимума

Параметры	Значения
<i>b</i> _{30п}	1,995
R _{p0}	1,049
-F _{p0}	0,307
-F ₀₆₀	2,250
x ₀	0,674
R ₀₆₀	0,120
K _{pc.on}	6,620
<i>T</i> ₀ , c	214,6
Т _{и.оп} , с	107,6
Кп.опт	3,890

Результаты расчета для системы с ПИ-регулятором

вспомогательной функции [13] практически совпали с данными, полученными по косвенным показателям оптимальности.

Заключение

Для АСР с ПИ- и ПИД-регуляторами целесообразно использовать косвенные показатели оптимальности, основанные на стабилизации частотных характеристик системы в области резонансной частоты.

Рассчитаны зависимости оптимальных значений косвенных частотных показателей оптимальности от параметров модели объекта для АСР с ПИ- и ПИД регуляторами, аппроксимированные формулами для использования в контроллерах с целью настройки регуляторов.

Результаты работы могут быть использованы специалистами, занимающимися созданием и внедрением систем регулирования технологических процессов на базе программируемых контроллеров.

Литература

1. **O'Dwyer A.** Handbook of PI end PID Controller Tuning Rules. London: Imperial College Press, 2009.

2. Pereira R., Veronesi M., Visioli A., Normey-Rico J., Torrico B. Implementation and Test of a New Autotuning Method for PID Controllers of TITO Processes // Control Engineering Practice. 2017. V. 58. Pp. 171—185.

3. Kula K.S. The Autotuned Dead-time Compensating Control System with Improved Disturbance Rejection // IFAC-Papers. 2016. V. 49. Iss. 25. Pp. 529—534.

4. Berner J., Soltesz K., Hagglund T., Astrom K.J. Autotuner Identification of TITO Systems Using a Single Relay Feedback Experiment // IFAC-Papers. 2017. V. 50. Iss. 1. Pp. 6619—6623.

5. Болдинов И.А. Автоматизация настройки двухконтурной системы регулирования со сложным дифференциатором // Вестник МЭИ. 2015. № 3. С. 16—21.

6. Алексеев А.С., Замятин С.В. Параметрическая автонастройка регуляторов многоконтурных систем автоматического регулирования // Известия Томского политех. ун-та. 2010. Т. 316. № 5. С. 21—25.

7. **Кожевников А.В.** Оптимизация автонастройки модальных регуляторов электроприводов // Вестник Череповецкого гос. ун-та. 2015. № 5. С. 17—20.

8. Кожевников А.В., Кочнева Т.Н., Кочнев Н.В. Модальное управление с автонастройкой регулятора в линеаризованных двухмассовых электромеханических системах // Проблемы управления. 2015. № 6. С. 2—9.

9. De Keyser R., Muresan C.I., Ionescu C.I. Autotuning of a Robust Fractional Order PID Controller // IFAC-Papers. 2018. V. 51. Iss. 25. Pp. 466—471.

10. Jahanshahi E., Sivalingam S., Schofield J.B. Industrial Test Setup for Autotuning of PID Controllers in Large-scale Processes: Applied to Tennessee Eastman Process // IFAC-Papers. 2015. V. 48. Iss. 8. Pp. 469—476.

11. Киркхов Ю. и др. Автоматическая настройка систем позиционирования при использовании алгоритмов адаптивной фильтрации // Компоненты и технологии. 2011. № 5. С. 140—145.

12. Akshay N., Subbulekshmi D. Online Auto Selection of Tuning Methods and Auto Tuning PI Controller in FOPDT Real Time Process – pH Neutralization // Energy procedia. 2017. V. 117. Pp. 1109—1116.

13. **Ротач В.Я.** Теория автоматического управления. М.: Издат. дом МЭИ, 2008.

14. **Ротач В.Я. и др.** Автоматизация настройки систем управления. М.: Энергоиздат, 1984.

15. **Кузищин В.Ф., Царев В.С.** Алгоритмы ускоренной автоматической настройки регуляторов с оценкой модели объекта по его реакции на импульсное воздействие и в режиме автоколебаний // Теплоэнергетика. 2014. № 4. С. 35—44.

References

1. **O'Dwyer A.** Handbook of PI end PID Controller Tuning Rules. London: Imperial College Press, 2009.

2. Pereira R., Veronesi M., Visioli A., Normey-Ri-co J., Torrico B. Implementation and Test of a New Autotuning Method for PID Controllers of TITO Processes. Control Engineering Practice. 2017;58:171—185.

3. **Kula K.S.** The Autotuned Dead-time Compensating Control System with Improved Disturbance Rejection. IFAC-Papers. 2016;49;25:529—534.

4. **Berner J., Soltesz K., Hagglund T., Astrom K.J.** Autotuner Identification of TITO Systems Using a Single Relay Feedback Experiment. FAC-Papers. 2017;50;1: 6619—6623.

5. **Boldinov I.A.** Avtomatizatsiya Nastroyki Dvukhkonturnoy Sistemy Regulirovaniya So Slozhnym Differentsiatorom. Vestnik MEI. 2015;3:16—21. (in Russian).

6. Alekseev A.S., Zamyatin S.V. Parametricheskaya Avtonastroyka Regulyatorov Mnogokonturnykh Sistem Avtomaticheskogo Regulirovaniya. Izvestiya Tomskogo Politekh. Un-ta. 2010;316;5:21–25. (in Russian).

7. **Kozhevnikov A.V.** Optimizatsiya Avtonastroyki Modal'nykh Regulyatorov Elektroprivodov. Vestnik Cherepovetskogo Gos. Un-ta. 2015;5:17—20. (in Russian).

8. Kozhevnikov A.V., Kochneva T.N., Kochnev N.V. Modal'noe Upravlenie s Avtonastroykoy Regulyatora v Linearizovannykh Dvukhmassovykh Elektromekhanicheskikh Sistemakh. Problemy Upravleniya. 2015;6:2—9. (in Russian).

9. **De Keyser R., Muresan C.I., Ionescu C.I.** Autotuning of a Robust Fractional Order PID Controller. IFAC-Papers. 2018;51;25:466—471.

10. Jahanshahi E., Sivalingam S., Schofield J.B. Industrial Test Setup for Autotuning of PID Controllers in Large-scale Processes: Applied to Tennessee Eastman Process. IFAC-Papers. 2015;48;8:469—476.

11. **Kirkkhov Yu. i dr.** Avtomaticheskaya Nastroyka Sistem Pozitsionirovaniya pri Ispol'zovanii Algoritmov Adaptivnoy Fil'tratsii. Komponenty i Tekhnologii. 2011;5: 140—145. (in Russian).

12. Akshay N., Subbulekshmi D. Online Auto Selection of Tuning Methods and Auto Tuning PI Controller in FOPDT Real Time Process – pH Neutralization. Energy procedia. 2017;117:1109—1116.

13. **Rotach V.Ya.** Teoriya Avtomaticheskogo Upravleniya. M.: Izdat. Dom MEI, 2008. (in Russian).

14. Rotach V.Ya. i dr. Avtomatizatsiya Nastroyki Sistem Upravleniya. M.: Energoizdat, 1984. (in Russian).

15. **Kuzishchin V.F., Tsarev V.S.** Algoritmy Uskorennoy Avtomaticheskoy Nastroyki Regulyatorov s Otsenkoy Modeli Obyekta po Ego Reaktsii na Impul'snoe Vozdeystvie i v Rezhime Avtokolebaniy. Teploenergetika. 2014;4: 35—44. (in Russian).

Сведения об авторах:

Кузищин Виктор Федорович — кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизированных систем управления тепловыми процессами НИУ «МЭИ», e-mail: KuzishchinV@yandex.ru

Мерзликина Елена Игоревна — кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизированных систем управления тепловыми процессами НИУ «МЭИ», e-mail: MerzlikinaYI@mpei.ru

Хоанг Ван Ва — кандидат технических наук, инженер EVN Information Technology, Вьетнам, e-mail: Hoangvatdh@ gmail.com

Information about authors:

Kuzishchin Viktor F. — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Automated Control Systems for Thermal Processes Dept., NRU MPEI, e-mail: KuzishchinV@yandex.ru

Merzlikina Elena I. — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Automated Control Systems for Thermal Processes Dept., NRU MPEI, e-mail: MerzlikinaYI@mpei.ru

Hoang Van Va — Ph.D. (Techn.), Engineer EVN Information Technology, Vietnam, e-mail: Hoangvatdh@gmail.com

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов Conflict of interests: the authors declare no conflict of interest

Статья поступила в редакцию: 20.02.2019 The article received to the editor: 20.02.2019