ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (05.13.18)

УДК 624.042:519.2 DOI: 10.24160/1993-6982-2022-2-105-112

Разработка и исследование модели здания на резинометаллических сейсмоопорах

В.П. Радин, Е.В. Позняк, О.В. Новикова, В.П. Чирков

Проектирование строительных конструкций на резинометаллических сейсмоизолирующих опорах (сейсмоопорах) требует нелинейных динамических расчетов во временной области, при этом бывает довольно сложно оценить влияние характеристик сейсмоопор на динамическую реакцию конструкции и качество сейсмоизоляции в целом. Для решения данной проблемы предложено использовать простые показательные модели с небольшим числом степеней свободы.

Рассмотрена реализованная в Matlab плоская сдвиговая модель трехэтажного здания на резинометаллических сейсмоопорах. Сейсмическое воздействие на здание задано в виде синтезированной акселерограммы. Работа сейсмоопор при циклических нагрузках демонстрирует существенно нелинейное поведение и описывается билинейной диаграммой деформирования с гистерезисом. Представлен вывод нелинейных уравнений движения модели сейсмоизолированного трехэтажного здания, описаны процедуры моделирования сейсмического воздействия и численного интегрирования уравнений движения. Получены и проанализированы результаты численного моделирования при различных параметрах гистерезиса, сделаны выводы об эффективности сейсмозащиты.

Результаты исследования интересны инженерам-проектировщикам с точки зрения разработки собственных простых моделей для тестирования сейсмоизолированных строительных конструкций и изучения влияния различных параметров гистерезиса на качество сейсмоизоляции.

Ключевые слова: резинометаллические сейсмоопоры, билинейная диаграмма, гистерезисное поведение, искусственное сейсмическое воздействие, модель сейсмоизолированного здания.

Для цитирования: Радин В.П., Позняк Е.В., Новикова О.В., Чирков В.П. Разработка и исследование модели здания на резинометаллических сейсмоопорах // Вестник МЭИ. 2022. № 2. С. 105—112. DOI: 10.24160/1993-6982-2022-2-105-112.

Development and Study of a Building Model on Lead Rubber Bearings

V.P. Radin, E.V. Poznyak, O.V. Novikova, V.P. Chirkov

The building structures on the lead rubber bearings (seismic bearings) re-quire nonlinear dynamic analysis in the time domain. However, in performing such analyses, it is quite difficult to assess the influence of the seismic bearing characteristics on structural dynamic response and quality of seismic isolation in a whole. To solve this problem, it is proposed to study simple nonlinear models with a small number of degrees of freedom. A planar shear model of a three-storey building on lead rubber bearings implemented in the Matlab software is considered. Seismic excitation on the building is given by artificial accelerograms. When subjected to cyclic loads, the building seismic bearings show a significantly nonlinear behav-ior described by a bilinear deformation diagram with hysteresis. The nonlinear equations of motion for a seismically isolated three-storey building are derived, and procedures for seismic load modeling and numer-ical integration of the equations of motion are described. The results of numerical simulation for various hysteresis parameters are obtained and analyzed, and conclusions about the seismic protection effectiveness are drawn.

The obtained study results may be of interest for design engineers from the viewpoint of elaborating their own simple models for testing seismic iso-lated building structures and studying the influence of various hysteresis parameters on the seismic isolation quality.

Key words: lead rubber bearing, bilinear diagram, hysteretic behavior, artificial accelerograms, seismic isolated building model.

For citation: Radin V.P., Poznyak E.V., Novikova O.V., Chirkov V.P. Development and Study of a Building Model on Lead Rubber Bearings. Bulletin of MPEI. 2022;2:105–112. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2022-2-105-112.

Введение

С целью снижения сейсмической реакции зданий и сооружений в их конструкции включают сейсмоизолирующие резинометаллические опоры, представляющие собой резинометаллические опорные части, состоящие из стальных пластин, чередующихся со слоями резины, выполненные методом горячей вулканизации, с цилиндрическим свинцовым сердечником. Рассеяние энергии, обеспечиваемое свинцовым сердечником при его пластических деформациях, позволяет достичь до 30% коэффициента эквивалентного вязкого демпфирования.

Резинометаллические сейсмопоры характеризуются нелинейной диаграммой деформирования (рис. 1) и гистерезисным поведением при циклических нагрузках [1]. Исследования динамики строительных конструкций на сейсмоопорах и самих сейсмоопор во время землетрясения приведены во многих зарубежных работах последних лет [2 — 5]. Сейсмоопоры вносят в конструкцию дополнительное демпфирование, меняют спектральный состав свободных колебаний конструкции, что существенно снижает динамическую реакцию на сейсмическое воздействии. Сейсмоизолированная конструкция становится менее жесткой, существенно возрастают относительные перемещения, следовательно, появляется необходимость их ограничения. Введение сейсмоопор вносит в поведение конструкций существенную нелинейность, что несколько осложняет расчеты, поэтому чрезвычайно распространены упрощенные линейные подходы с применением эквивалентных жесткостей и демпфирования. Для проверки сейсмической реакции систем с сейсмоопорами



Рис. 1. Билинейный гистерезис

гистерезисного типа применяют прямые динамические расчеты во времени, реализованные во многих специализированных программных комплексах. Однако все еще недостаточно развита научная основа для надежной методики подбора подобных устройств.

Параметры гистерезиса являются характеристиками сейсмоопоры и подбираются таким образом, чтобы обеспечить качество сейсмозащиты, т. е. максимально снизить динамическую реакцию здания или сооружения. Эффективность сейсмозащиты проверяется путем сравнительного анализа динамической реакции двух моделей — исходной без сейсмозащитных устройств и с установленными сейсмозащитными устройствами.

Демпфирующие свойства сейсмоизоляторов основаны на том, что при их динамической работе реализуется билинейный гистерезис (см. рис. 1).

Характеристики гистерезиса, устанавливающие связь между перемещением u и усилием p, т. е. p(u), по крайней мере, в техническом описании [1], можно определить четырьмя параметрами: p_1, u_{1T} — предельными упругими усилием и перемещением при начальном нагружении (участок AB) и параметрами p_2 , u_{2T} на втором участке ВС, где при последующем нагружении связь p(u) остается линейной, но со значительно меньшим углом наклона. В амортизаторе возникают пластические деформации, если перемещение достигает $u_{2\tau}$, усилие получает значение p_2 . При разгрузке выполняется закон Герстнера, т. е. разгрузка идет по линейному закону. Таким образом, для симметричного замкнутого цикла $-u_{2T} \le u \le u_{2T}$ описанные параметры определяют координаты угловых точек параллелограмма с центральной антисимметрией на плоскости «перемещение – усилие» p(u) (см. рис. 1). Стороны параллелограмма — суть траектория изображающей точки на плоскости (u, p).

Жесткости амортизатора на участках упругого и неупругого деформирования равны:

$$c_1 = \mathrm{tg}\alpha_1 = \frac{p_1}{u_{1T}}; \ c_2 = \mathrm{tg}\alpha_2 = \frac{p_2 - p_1}{u_{2T} - u_{1T}}$$

При упрощенном подходе сейсмоопоры моделируют в виде вязко-упругих элементов с постоянными параметрами (эффективной жесткостью k_e и коэффициентом эквивалентного вязкого демпфирования ε_e), зависящих от параметров гистерезиса [1]:

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

$$k_e = \frac{p_2}{u_{2T}}; \ \varepsilon_e = \frac{2}{\pi} \left(\frac{p_1}{p_2} - \frac{u_{1T}}{u_{2T}} \right)$$

Эффективной жесткости k_e для гистерезиса, представленного на рис. 1, соответствует пунктирная линия *EC*.

Для проведения вычислений разработана модель нелинейного билинейного гистерезиса в Matlab, реализованная в виде функции bh.m, с учетом предыстории нагружения определяющей величину усилия p(u)и остаточное перемещение, если в данный момент времени проведена разгрузка. Входные параметры функции — три значения перемещения в предыдущие моменты времени; вычисленное ранее остаточное перемещение; параметр, характеризующий наклон второго участка гистерезиса; тангенс угла наклона первого участка и перемещение, соответствующее начальному переходу на второй участок.

Расчетная схема сооружения (здания)

В качестве расчетной модели возьмем сдвиговую модель трехэтажного здания с абсолютно жесткими перекрытиями массой М (рис. 2), массой сейсмоизолированной части M_1 и стержневыми элементами в качестве межэтажных конструкций. Предположим, что абсолютно жесткие элементы конструкции двигаются только в горизонтальном направлении. В принятой расчетной схеме перекрытия соединены между собой набором *n* нерастяжимых стержней (колонн) с жесткостью на изгиб EI. Для каждого из стержней высотой h и погонной массой *m* учтем также и жесткость на сдвиг GF. Для компактности записи формульных выражений рассмотрим трехэтажную конструкцию. Однако аналогичные выкладки будут верны для любого количества этажей. Для определении жесткости к деформациям изгиба и сдвига применим положения метода конечных элементов. В качестве конечного элемента исполь-



Рис. 2. Расчетная схема здания

зуем прямолинейный стержень длиной h с изгибной EI и сдвиговой GF жесткостями. Число степеней свободы каждого стержневого элемента равно двум (горизонтальные перемещения концевых сечений при их нулевых углах поворота).

Выражения для потенциальной энергии изгиба U_{iz} и сдвига U_{sd} для стержневого элемента выглядят как

$$U_{iz} = \frac{1}{2} EI \int_{0}^{h} \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right)^2 dx;$$

$$U_{sd} = \frac{1}{2} \gamma \int_{0}^{h} \frac{Q^2}{GF} dx = \frac{1}{2} \gamma \frac{(EI)^2}{GF} \int_{0}^{h} \left(\frac{d^3 w}{dx^3} \right)^2 dx.$$

Здесь, кроме общепринятых обозначений для поперечных перемещений w(x) и поперечной силы Q, через γ обозначен некоторый безразмерный коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений по поперечному сечению стержневого конечного элемента при деформациях сдвига. Таким образом, для потенциальной энергии деформации

$$U = \frac{1}{2} E I \int_{0}^{h} \left(\frac{d^{2} w}{dx^{2}} \right)^{2} dx + \frac{1}{2} \gamma \frac{(EI)^{2}}{GF} \int_{0}^{h} \left(\frac{d^{3} w}{dx^{3}} \right)^{2} dx.$$

Учтем отсутствие поворота на концах элемента, связь между модулями сдвига *G* и продольной упругости *E* для изотропного материала, а также определение радиуса инерции $r^2 = I/F$ и параметр λ , характеризующий гибкость стержневого элемента $\lambda^2 = h^2/r^2$. Для аппроксимации перемещений в конечном элементе примем известные функции Эрмита.

При

$$\delta = \frac{24\gamma(1+\nu)}{\lambda^2},$$

где v — коэффициент Пуассона, стандартная процедура метода конечных элементов дает матрицу жесткости элемента:

$$\mathbf{C}_{e} = \frac{12EI}{h^{3}} \begin{bmatrix} 1+\delta & -1+\delta \\ -1+\delta & 1+\delta \end{bmatrix}$$

Матрица инерции конечного элемента с учетом отсутствия поворотов концевых сечений имеет вид:

$$\mathbf{A}_{e} = \frac{mh}{420} \begin{bmatrix} 156 & 54\\ 54 & 156 \end{bmatrix}.$$
 (1)

Выражения для матрицы жесткости и инерции записаны для одной колонны. Если междуэтажных колонн несколько, то матрицы следует умножить на их число. Количество амортизаторов определяется из тех соображений, что их суммарная жесткость сопоставима с общей междуэтажной жесткостью.

Вестник МЭИ. № 2. 2022

Уравнения движения

В уравнениях движения системы при сейсмическом воздействии учтем частичную регулярность системы, и что «нулевой» этаж (амортизированная часть фундамента) при смещениях испытывает действие упругих сил со стороны междуэтажных конструкций и сил от сейсмоопор (см. рис. 2). Введем четырехмерный вектор перемещений относительно неподвижной части фундамента

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) & u_2(t) & u_3(t) & u_4(t) \end{bmatrix}^T$$

с нумерацией компонент, как показано на рис. 2. Матрицу инерции составим на основе выражения (1) с добавлением масс перекрытий *М*

$$\mathbf{A} = M \begin{bmatrix} \beta + 0,3714\mu & 0,1286\mu & 0 & 0\\ 0,1286\mu & 1 + 0,7429\mu & 0,1286\mu & 0\\ 0 & 0,1286\mu & 1 + 0,7429\mu & 0,1286\mu\\ 0 & 0 & 0,1286\mu & 1 + 0,3714\mu \end{bmatrix},$$

где $\beta = M_1/M$ — отношение массы фундамента к массе перекрытия; $\mu = nmh/M$ — отношение массы междуэтажных устройств к массе перекрытия.

С учетом особенностей интегрирования уравнения движения системы составим две матрицы жесткости: C_1 при условно линейной работе сейсмоопор и C, соответствующую определению усилия на фундамент M_1 со стороны сейсмоопор с существенно нелинейными характеристиками:

$$\mathbf{C}_{1} = \frac{12nEI}{h^{3}} \begin{bmatrix} 1+\delta+\tilde{c} & -1+\delta & 0 & 0\\ -1+\delta & 2+\delta & -1+\delta & 0\\ 0 & -1+\delta & 2+\delta & -1+\delta\\ 0 & 0 & -1+\delta & 1+\delta \end{bmatrix}$$

где $\tilde{c} = \frac{c_1 h^3}{12 n E I}$ — отношение жесткости амортизаторов

к жесткости междуэтажных конструкций.

Поскольку программная и численная реализации билинейного гистерезиса для вычисления перемещения в какой-либо момент времени требуют сведений об этих перемещений в трех предыдущих моментах времени, то необходимость матрицы C_1 вытекает из условия вычисления так называемых разгонных значений для вектора перемещений. Последующая реализация процесса интегрирования нелинейной системы проводится с использованием матрицы C, отличающейся от C_1 только элементом $C(1, 1) = 1 + \delta$. При этом учитывается функционирование нелинейной работы амортизаторов, передающих на массу M_1 усилие $p(u, \dot{u}_1)$.

Введем в уравнение движения внешнее линейное демпфирование **Bu** с помощью матрицы $\mathbf{B} = 2\varepsilon \mathbf{A}$. Уравнение для вычисления разгонных значений относительных перемещений будет иметь вид

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_{1}\mathbf{u} = -\mathbf{A}a(t)\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$
 (2)

Дальнейшее интегрирование нелинейного уравнения проходит согласно уравнению

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\mathbf{u} = -\mathbf{p} - \mathbf{A}a(t)\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}^{1}, \quad (3)$$

где **р** — вектор, определяющий реакцию со стороны сейсмоопор:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1(u_1, \dot{u}_1) & 1 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

Для численного интегрирования приведем уравнения к форме Коши

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{y}, t),\tag{4}$$

где $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \dot{\mathbf{u}} \end{bmatrix}$ — вектор фазовых переменных.

Введем матрицы G₁, G

$$\mathbf{G}_{1} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{E} \\ -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{C}_{1} & -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{E} \\ -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{C} & -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

и вектор $\mathbf{b} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^{T}$, тогда (2) преобразуем к виду

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{G}_1 \mathbf{y} - a(t) \mathbf{b}^{\mathrm{T}}, \qquad (5)$$

а (3) перепишем следующим образом:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\mathbf{y} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}^{-1}\mathbf{p} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} - a(t)\mathbf{b}^{\mathrm{T}}.$$
 (6)

Если для численного интегрирования линейного уравнения (5) можно использовать любой одношаговый метод, то в силу особенности вычисления усилия в гистерезисной сейсмоопоре для численного интегрирования нелинейного уравнения (6) взят многошаговый метод Адамса–Башфорта третьего порядка. Для общей формы записи (4) алгоритм названного метода при постоянном по времени шаге интегрирования состоит в рекуррентных вычислениях по формуле [6]:

$$\mathbf{y}_{k+3} = \mathbf{y}_{k+2} + dt \left[\frac{23}{12} \mathbf{f}(t_{k+2}, \mathbf{y}_{k+2}) - \frac{4}{3} \mathbf{f}(t_{k+1}, \mathbf{y}_{k+1}) + \frac{5}{12} \mathbf{f}(t_k, \mathbf{y}_k) \right].$$

Моделирование сейсмического воздействия

Параметры сейсмозащитных устройств выбирают по результатам динамических расчетов на сейсмическое воздействие, заданное акселерограммами. Как правило, применяют искусственные акселерограммы, синтезированные на основе данных детального сейсмического районирования. В нашем случае синтезированная акселерограмма для моделирования получена на основе методов статистической динамики [7 — 10]. Как и в [10], реализацию процесса *a*(*t*), соответствующего девятибалльному землетрясению, представим в виде

$$a(t) = A_0 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{t}{t_0} \exp\left(1 - \frac{t}{t_0}\right) \varphi(t), \qquad (7)$$

где $A_0 = 4 \text{ м} \cdot \text{c}^{-2}$; $t_0 = 5 \text{ c}$.

Доминантную частоту стационарного случайного процесса $\varphi(t)$ примем равной $2\pi \cdot c^{-1}$ (1 Гц), а параметр, характеризующий ширину спектра, — $\pi \cdot c^{-1}$. Дополнительные коэффициенты в (7) введены для того, чтобы при статистическом моделировании сейсмического воздействия среднее значение пиковых ускорений равнялось величине A_0 , определяющей пиковое ускорение грунта. Для моделирования реализации процесса a(t)взята система имитационного моделирования Simulink. Соответствующая модель представлена на рис. 3.

Реализация сейсмического воздействия a(t), использованная для последующих вычислений, изображена на рис. 4.

Варьирование параметров гистерезиса. Выводы

Примем следующие числовые значения параметров системы: $M = 5 \cdot 10^5$ кг — масса междуэтажного перекрытия; $c = (12nEI)/h^3 = 5 \cdot 10^6$ Н/м — жесткость на горизонтальный междуэтажный сдвиг. Предельное упругое перемещение сейсмоопор — 0,02 м. Безразмерные параметры $\delta = 0,1; \mu = 1; \beta = 1$. О качестве сейсмозащиты будем судить по максимальному перемещению верхнего этажа и максимальному срезающему усилию в наиболее нагруженном первом этаже $Q = c(u_2 - u_1)$. За варьируемые параметры сейсмоопор примем жесткость на первом участке c_1 в долях от жесткости междуэтажных несущих элементов и соотношение между жесткостями первого и второго участков $c_2 = \alpha c_1(0 \le \alpha \le 1)$. Для случаев $c_1 = 0,75c$ и $\alpha = 0,2$ на рис. 5 — 7 построены перемещения верхне-



Рис. 3. Схема моделирования реализации ускорения основания



Рис. 4. Реализация 9-балльного землетрясения



Рис. 6. Срезающее усилие в первом этаже





го этажа, срезающие усилия в первом этаже, и работа сейсмоопор в процессе землетрясения.

На рисунке 8 продемонстрирована зависимость максимального срезающего усилия Q от соотношения между жесткостями участков гистерезиса $\alpha = c_2/c_1$ при различных значениях начальной жесткости c_1 по отношению к межэтажной жесткости c. Вычисления

проводили при u_{1T} = const. Кривые на рис. 8 показывают слабую зависимость Q от α , особенно при малых жесткостях сейсмоопор. Отметим, что α характеризует ширину петли гистерезиса и, следовательно, величину потерь энергии за цикл колебаний, т. е. величину демпфирования в системе. Таким образом, решающую роль, существенно уменьшающую усилия в первом этаже, играет начальная жесткость амортизаторов с1. В ходе исследования получено четырехкратное снижение максимальных срезающих сил по сравнению с реакцией модели без сейсмоопор ($\alpha = 1$ и $c_1 = c$, рис. 8), при этом максимальные относительные перемещения не превысили предельное допускаемое значение $u_{\gamma\tau}$. Полученные результаты позволяют судить о возможностях антисейсмической защиты с использованием сейсмоопор, а также подобрать оптимальные параметры гистерезисного поведения сейсмоопор, наиболее подходящие для конкретной конструкции.

Заключение

Для снижения сейсмической реакции конструкций применяют амортизаторы с гистерезисным поведением. Однако понятной системной методики подбора па-



Рис. 8. Зависимость максимального срезающего усилия на первом этаже от α при различных значениях c_1

раметров этих устройств пока не существует, подходы к поиску оптимального решения достаточно сложны и

Литература

1. Резинометаллические изоляторы со свинцовым сердечником серии LRB. Техническая документация FIP Industriale [Электрон. ресурс] www.fipmec.it/ (дата обращения 05.10.2021.)

2. **Saiful Islam A.B.M. e. a.** Nonlinear Dynamically Automated Excursions for Rubber-steel Bearing Isolation in Multi-storey Construction // Automation in Construction. 2013. V. 30. Pp. 265—275. www.doi.org/10.1016/j.autcon. 2012.11.010.

3. Shoaei P. e. a. Seismic Reliability-based Design of Inelastic Base-isolated Structures with Lead-Rubber Bearing Systems // Soil Dynamics and Earthquake Eng. 2018. V. 115. Pp. 589—605. www.doi.org/10.1016/j.soil-dyn.2018.09.033.

4. **Martakis P. e. a.** Nonlinear Periodic Foundations for Seismic Protection: Practical design, Realistic Evaluation and Stability Considerations // Soil Dynamics and Earthquake Eng. 2021. V. 150. P. 106934. www.doi.org/ 10.1016/j.soildyn.2021.106934.

5. **Kazeminezhad E. e. a.** Modified Procedure of Lead Rubber Isolator Design Used in the Reinforced Concrete Building // Structures. 2020. V. 27. Pp. 2245—2273. www.doi.org/10.1016/j.istruc.2020.07.056.

6. **Калиткин Н.Н.** Численные методы. М.: Наука, 1972.

7. Болотин В.В. Статистическая теория сейсмостойкости сооружений // Известия АН СССР. Серия «Механика и машиностроение». 1959. № 4. С. 123—129.

8. **Bolotin V.V.** Statistical Theory of the Aseismic Design of Structures // Proc. Second World Conf. Earthquake Eng. 1960. V. 2. Pp. 1365—1374. не универсальны [11], т. е. не могут быть применены к широкому классу конструкций. С математической точки зрения соответствующая динамическая задача описывается нелинейными уравнениями движения со случайным входным воздействием, поэтому, особенно для систем со многими степенями свободы, исследование влияния различных характеристик амортизаторов на параметры динамической реакции конструкции осложняется.

Описана плоская сдвиговая модель трехэтажного здания на резинометаллических сейсмоопорах с сейсмическим воздействием, заданным в виде синтезированной акселерограммы. Она сравнительно легко может быть реализована в Matlab и в дальнейшем применена для анализа динамики конструкций при различных характеристиках амортизаторов или параметрах сейсмических воздействий. Результаты исследования интересны инженерам-проектировщикам с точки зрения разработки собственных простых моделей для тестирования сейсмоизолированных строительных конструкций и изучения влияния различных параметров гистерезиса на качество сейсмоизоляции.

References

1. **Rezinometallicheskie** Izolyatory so Svintsovym Serdechnikom Serii LRB. Tekhnicheskaya Dokumentatsiya FIP Industriale [Elektron. Resurs] www.fipmec.it/ (Data Obrashcheniya 05.10.2021.) (in Russian).

2. **Saiful Islam A.B.M. e. a.** Nonlinear Dynamically Automated Excursions for Rubber-steel Bearing Isolation in Multi-storey Construction. Automation in Construction. 2013;30:265—275. www.doi.org/10.1016/j.autcon. 2012. 11.010.

3. **Shoaei P. e. a.** Seismic Reliability-based Design of Inelastic Base-isolated Structures with Lead-Rubber Bearing Systems. Soil Dynamics and Earthquake Eng. 2018;115:589—605. www.doi.org/10.1016/j.soildyn.2018. 09.033.

4. **Martakis P. e. a.** Nonlinear Periodic Foundations for Seismic Protection: Practical design, Realistic Evaluation and Stability Considerations. Soil Dynamics and Earthquake Eng. 2021;150:106934. www.doi.org/10.1016/ j.soildyn.2021.106934.

5. **Kazeminezhad E. e. a.** Modified Procedure of Lead Rubber Isolator Design Used in the Reinforced Concrete Building. Structures. 2020;27:2245—2273. www.doi.org/ 10.1016/j.istruc.2020.07.056.

6. **Kalitkin N.N.** Chislennye Metody. M.: Nauka, 1972. (in Russian).

7. **Bolotin V.V.** Statisticheskaya Teoriya Seysmostoykosti Sooruzheniy. Izvestiya AN SSSR. Seriya «Mekhanika i Mashinostroenie». 1959;4:123—129. (in Russian).

8. **Bolotin V.V.** Statistical Theory of the Aseismic Design Of Structures. Proc. Second World Conf. Earth-quake Eng. 1960;2:1365—1374.

9. Болотин В.В., Радин В.П., Чирков В.П. Моделирование динамических процессов в элементах строительных конструкций при землетрясениях // Известия вузов. Серия «Строительство». 1999. № 5. С. 17—21.

10. Болотин В.В., Радин В.П., Чирков В.П. Исследование поведения зданий и сооружений со снижением жесткости при сейсмических воздействиях // Известия вузов. Серия «Строительство». 2003. № 7. С. 6—10.

11. Apostolakis G., Dargush G.F. Optimal Seismic Design of Moment-resisting Steel Frames with Hysteretic Passive Devices // Earthquake Eng. & Structural Dynamics. 2010. V. 39(4). Pp. 355—376. www.doi.org/10.1002/eqe.944.

9. Bolotin V.V., Radin V.P., Chirkov V.P. Modelirovanie Dinamicheskikh Protsessov v Elementakh Stroitel'nykh Konstruktsiy pri Zemletryaseniyakh. Izvestiya Vuzov. Seriya «Stroitel'stvo». 1999;5:17—21. (in Russian).

10. **Bolotin V.V., Radin V.P., Chirkov V.P.** Issledovanie Povedeniya Zdaniy i Sooruzheniy so Snizheniem Zhestkosti pri Seysmicheskikh Vozdeystviyakh. Izvestiya Vuzov. Seriya «Stroitel'stvo». 2003;7:6—10. (in Russian).

11. **Apostolakis G., Dargush G.F.** Optimal Seismic Design of Moment-resisting Steel Frames with Hysteretic Passive Devices. Earthquake Eng. & Structural Dynamics. 2010;39(4):355—376. www.doi.org/10.1002/eqe.944.

Сведения об авторах:

Радин Владимир Павлович — кандидат технических наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: RadinVP@mpei.ru

Позняк Елена Викторовна — доктор технических наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: PozniakYV@mpei.ru

Новикова Ольга Валерьевна — кандидат технических наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: NovikovaOV@mpei.ru

Чирков Виктор Петрович — доктор технических наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: ChirkovVP@mpei.ru

Information about authors:

Radin Vladimir P. — Ph.D. (Techn.), Professor of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Machine Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: RadinVP@mpei.ru

Poznyak Elena V. — Dr.Sci. (Techn.), Professor of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Machine Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: PozniakYV@mpei.ru

Novikova Olga V. — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Machine Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: NovikovaOV@mpei.ru

Chirkov Viktor P. — Dr.Sci. (Techn.), Professor of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Machine Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: ChirkovVP@mpei.ru

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов Conflict of interests: the authors declare no conflict of interest

Статья поступила в редакцию: 08.09.2021 The article received to the editor: 08.09.2021